



5123

МЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПБГУ
2016-2017

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада Казань

Дата 20.03.2017

Вариант 4

Задача 1.

В течение дня Алиса потребляет два вида еды: пирожки по цене 20 монет за штуку и салат по цене 80 монет за порцию. На покупку еды Алиса выделяет из своего бюджета 300 монет в день, но при этом, она следит за фигурой и не хочет потреблять больше 2500 калорий в день, а в каждом пирожке 200 калорий, в порции салата 300 калорий. (Примечание: салата можно есть несколько порций в день.)

1. Сколько пирожков и порций салата необходимо покупать и потреблять в день, чтобы и деньги потратить и калорий не перебрать?
2. Известно, что повышение цен на пирожки на 1% приведет к снижению спроса индивида на 0,5%. Найдите вид индивидуальной функции спроса $Q_D = a - bP$, считая ее линейной вблизи точки равновесной цены 20

1) пусть X - кол-во пирожков, Y - кол-во салата, K - калорийность; K_x - калорийность пирожков, K_y - калорийность салата; P_x - цена пирожков, P_y - цена салата.

$$I = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \quad I_{\max} = 300; P_x = 20; P_y = 80 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 300 = 20X + 80Y \\ 2500 = 200X + 300Y \end{cases} \Rightarrow X = 11; Y = 1$$

2) $Ed = \frac{\Delta Q(\%)}{\Delta P(\%)} = \frac{-0,5}{1} = -0,5; Q_x^* = 11; P_x^* = 20; Q_D = a + bP$

$$Ed = Q'_x \frac{P}{Q} = \frac{bP}{Q} \Rightarrow -0,5 = \frac{20b}{11} \Rightarrow b = -0,275 \Rightarrow Q_D = a - 0,275P \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11 = a - 0,275 \cdot 20 \Rightarrow a = 16,5 \Rightarrow \boxed{Q_D = 16,5 - 0,275P}$$

Ответ: а) 11 пирожков и 1 порцию салата
б) $Q_D = 16,5 - 0,275P$

Задача 2.

В Австрии и Германии производятся аналогичные национальные женские костюмы Дирндли, которые продаются на внутренних рынках этих стран. Спрос и предложение в Австрии на костюмы заданы функциями: $Q_D = 600 - P$ и $Q_S = -300 + 2P$. Спрос и предложение в Германии на этот товар заданы функциями: $Q_D = 400 - P$ и

Задача 5.

Арсений, студент выпускного курса экономического факультета одного из столичных вузов, решил подзаработать в свободное от занятий время на продаже газеты «Экономика для начинающих».

Недаром Арсений овладевал профессией экономиста четыре года: для выстраивания своей конкурентной стратегии на рынке печатной продукции он провел маркетинговое исследование и выяснил, что спрос на данную газету выражается линейной функцией. Кроме этого, Арсений узнал от своего конкурента по рынку – студента из параллельной группы Сева Вострцова, – что на ближайшем углу от института, если установить цену на газету 10 рублей и выше – ее совсем невозможно продать, а продать больше 40 газет в день, как бы ты ни изменял цену, не удастся никак.

В типографии, где печатается газета, работает соседка Арсения по общежитию Катя, которая сказала, что даст ему в день под реализацию столько газет, сколько он попросит, за коробку конфет. А Сева – конкурент Арсения – обещал ему шесть рублей, если он вообще не появится на том углу с газетами.

Выяснив все это Арсений задумался: стоит ли ему начинать продажу газет; если да, то сколько газет попросить у Кати и по какой цене их продавать?

Помогите Арсению найти ответы на эти вопросы.

$$\begin{matrix} P_{\max} = 10 \\ Q_{\max} = 40 \\ Q_D = a + bP \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 0 = a + 10b \\ 40 = a \end{matrix} \Rightarrow Q_D = 40 - 4P$$

Мак как издержек у Арсения нет (кроме коробки конфет, цену которой мы не знаем, но нам и не важно, ведь это FC), то нам нужно решить задачу максимизации прибыли.

$$TR = PQ = 40P - 4P^2$$

$$TR_{\max} \text{ если } TR' = 0$$

$$TR' = 40 - 8P = 0 \Rightarrow P = 5 \Rightarrow Q = 20 \Rightarrow TR = 20 \cdot 5 = 100$$

Если коробка конфет стоит дороже, чем 94 \Rightarrow Арсению выгодно продавать $Q = 20$ по цене $P = 5$

Ответ: стоит, $Q = 20; P = 5$.

$Q_S = -200 + 2P$, где Q – количество костюмов в штуках, P – цена в евро.

Определите:

1. Какие цены и объемы продаж установятся в этих странах, если бы рынки этих стран были изолированы?
2. В случае объединения рынков этих стран, и при условии отсутствия транспортных расходов на доставку товара, какие цены и объемы продаж будут в обеих странах? При этом из какой страны в какую и в каком количестве пойдут потоки товаров?
3. Предположим, транспортные расходы при перевозке товара из одной страны в другую составляют 40 евро за один костюм. Каким станет товарный поток из одной страны в другую?
4. Какой должна быть величина транспортных расходов, чтобы товарный поток составил 80 единиц?
5. Какая величина транспортных расходов обнулит поток импорта?

$$Q_{DA} = Q_{SA} \Rightarrow 600 - P_A = -300 + 2P_A \Rightarrow P_A = 300; Q_{A1} = 600 - 300 = 300$$

$$Q_{DГ} = Q_{SГ} \Rightarrow 400 - P_{Г} = -200 + 2P_{Г} \Rightarrow P_{Г} = 200; Q_{Г1} = 400 - 200 = 200$$

$$2Q_D = Q_{DA} + Q_{DГ} = 600 - P + 400 - P = 1000 - 2P$$

$$Q_S = Q_{SA} + Q_{SГ} = \begin{cases} 500 + 4P; P \geq 150 \\ -200 + 2P; 100 \leq P < 150 \\ 0; P < 100 \end{cases}; Q_D = Q_S - 500 + 4P = 1000 - 2P \Rightarrow P = 250, \text{ с учетом } Q \geq 0 \Rightarrow Q^* = 1000 - 500 = 500$$

$$Q_{SA2} = -300 + 2 \cdot 250 = 200; \Delta Q_{SA} = Q_{A2} - Q_{A1} = 200 - 300 = -100 \Rightarrow \text{Австрия - импортер}$$

$$Q_{SГ2} = -200 + 2 \cdot 250 = 300; \Delta Q_{SГ} = Q_{Г2} - Q_{Г1} = 300 - 200 = 100 \Rightarrow \text{Германия - экспортер}$$

$$Q_{DГ2} = 400 - 250 = 150; \Delta Q_{DГ} = 150 - 200 = -50$$

$$Q_{DA2} = 600 - 250 = 350; \Delta Q_{DA} = 350 - 300 = 50$$

$$\Rightarrow I_{MA} = E_{XГ} = Q_{SГ2} - Q_{DГ2} = 300 - 150 = 150$$

$P_{DA} = P_{SA} = P_{SГ} - 40$; P_{DA} – цена спроса в Австрии, P_{SA} – цена предложения в Австрии \Rightarrow тогда новые цены
 $P_{DГ} = P_{SГ} = P_{SA} - 40$; $P_{SГ}$ – цена предложения в Германии

функции спроса и предложения: $Q_D = Q_{DA} + Q_{DГ} = 600 - P_{DA} + 400 - P_{DГ} = 1040 - 2P_{SГ}$

$$Q_S = \begin{cases} 580 + 4P_{SГ}; P \geq 150 \\ -200 + 2P_{SГ}; 100 \leq P < 150 \\ 0; P < 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1040 - 2P_{SГ} = -580 + 4P_{SГ} \\ P_{SГ} = 270 \\ P_{DГ} = 270 \\ P_{SA} = 230 \\ P_{DA} = 230 \end{cases} \Rightarrow E_{XГ} = Q_{SГ} - Q_{DГ} = 340 - 130 = 210$$

Задача 3.

Долларовый мультимиллионер Артемидов ищет управляющего для своего нового пятизвездочного отеля. Для привлечения внимания к данному бизнес-проекту отбор происходит в формате телевизионного реалити-шоу "Топ-менеджер", где кандидаты проходят различные испытания, по итогам которых кто-то выбывает из дальнейшего конкурса. В соответствии с правилами шоу, имя очередного выбывающего участника называет победитель последнего испытания. Когда же участников остаётся только двое, все выбывшие участники общим голосованием выбирают победителя.

На данный момент в шоу осталось четыре кандидата: Василий, Олег, Павел и Наталья. Предыдущее испытание выиграл Олег. Он должен принять решение о том, кого из соперников объявить выбывшим. При этом ему известно следующее (допустим, что эта информация достоверна и известна всем конкурсантам, а влияние случайных факторов на исход испытаний пренебрежимо мало):

I. Последнее предстоящее им испытание будет связано с маркетингом и рекламой. Насколько конкурсанты успели узнать друг друга, их способности в данной сфере по условной десятибалльной шкале можно оценить следующим образом:

Василий: 10

Олег: 6

Павел: 4

Наталья: 3

II. На текущий момент голоса выбывших участников проекта распределены следующим образом:

За Олега: 2

За Наталью: 7

За Василия: 2

За Павла: 2

III. Исход последнего испытания не окажет влияния на предпочтения выбывших участников.

IV. В случае, если кто-либо выбывает из конкурса, он сам и его нынешние сторонники в финале голосуют против того, кто принимал решение о его выбытии (и, соответственно, за его оппонента). В случае, если принимавший решение о выбытии конкурсант также успел выбыть, их решение непредсказуемо.

V. Возможные варианты развития событий, известные одному участнику, известны и всем другим участникам.

VI. Если победителю последнего испытания безразлично, кого исключить, он исключит лицо противоположного пола.

Определите:

1. Какое решение должен принять на данном этапе Олег как рациональный субъект (то есть кто из его соперников не встретится с ним в последнем испытании)?

2. Есть ли у Василия возможность победить и занять должность управляющего, если Олег не исключит его на данном этапе? Если да, то каким образом?

Ответы обоснуйте.

Судя по рейтингу, лучше всего будет выбрать Наталью, но тогда против нас будет 8 человек и мы никогда не выйдем. Если никого не исключать, то в следующем раунде победит Василий. Нам все равно кто кого - не исключать, потому минимальное количество наших противников \Rightarrow 3, а максимальное \Rightarrow 8. Коминер, на данном этапе мы исключаем Василия, тогда в следующем раунде мы снова побеждаем и снова набираем баллов. Нам не выгодно убивать Василия. Мы никак не можем выиграть, поэтому мы должны максимизировать свои конкурсанты.

Олег находится в такой ситуации, в которой человек не свой выбор он все равно проигрывает. Решает: убивает Василия, тогда в след. раунде мы выйдем, убиваем Наталью и тогда за нас голосуют 2, а за Павла - 5. Убиваем Наталью, тогда в след. раунде если Василий убивает Павла, то у нас - 2, а у Василия - 10. Если убивает Павла, то в след. раунде Василий убивает Наталью, а мы получаем 2, а Василий - 6. Таким образом, Олег безразлично кого убивает, т.к. он в любом случае проигрывает.

2. Если Олег все убивает Наталью, то мы убиваем Павла и получаем 5, а Олег - 2. Если Олег убивает Павла, то мы убиваем Наталью и получаем 5, а Олег - 2.

Задача 4.

В государстве Заморские острова в результате денежной реформы остались в обращении денежные знаки только двух различных номиналов, которые являются натуральными числами, большими двух. Оказалось, что товар стоимостью в 597 франтов можно оплатить лишь беря сдачу, а любой товар стоимостью в целое число франтов, большее 598, можно оплатить без сдачи. **Найдите номиналы оставшихся после реформы денежных знаков.**

Из второго условия следует, что $ax + by = \text{четное число}$, где x и y - наши купюры. $2 < x < 597$ $2 < y < 597$

*В паре ax - либо a четное, либо x - четное, либо оба четные и by - аналогично. $a_1x + b_1y = 597 + a_2x + b_2y$
 $(a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y = 597$
 одна пара чисел должна быть четными $\Rightarrow x$ или y - одно из них - четное
 четное y - четное, тогда b - четное*

Чистовик

Задание 2 (продолжение)

$$4. E_{xT} = 80 = Q_{ST} - Q_{dT} = -200 + 2P_{ST} - 400 + P_{dT} = -600 + 2P_{ST} + P_{dT}$$

$$P_{dT} = P_{ST} \Rightarrow 80 = -600 + 3P_{ST} \Rightarrow P_{ST} = \frac{680}{3}$$

$$P_{ST} = P_{SA} - X \Rightarrow X = P_{SA} - P_{ST}$$

$$I_{mA} = Q_{dA} - Q_{sA} = 80 = 600 - P_{dA} + 300 - 2P_{sA} = 900 - P_{dA} - 2P_{sA} = 900 - (P_{ST} + X) - 2(P_{ST} - X) = 900 - 3P_{ST} + 3X \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 = 900 - 3 \cdot \frac{680}{3} + 3X \Rightarrow -140 + 3X \Rightarrow X = \frac{140}{3} = 900 - 3P_{dA} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 = 900 - 3P_{dA} \Rightarrow P_{dA} = \frac{820}{3} = P_{sA}$$

$$X = P_{sA} - P_{ST} = \frac{820}{3} - \frac{680}{3} = \frac{140}{3}$$

$$5. E_x = 0 \Rightarrow Q_{ST} = Q_{dT} \Rightarrow -200 + 2P = 400 - P \Rightarrow P^* = 200; Q_T^* = 200$$

$$I_m = 0 \Rightarrow Q_{sA} = Q_{dA} \Rightarrow -300 + 2P = 600 - P \Rightarrow P_A^* = 300; Q_A^* = 300$$

$$X = P_A^* - P_T^* = 300 - 200 = 100$$

Ответ: 1) $P_A = 300; Q_A = 300; P_T = 200; Q_T = 200$

- 2) Германия будет экспортировать 150 костюмов
- 3) Франция будет экспортировать 210 костюмов
- 4) ставка обвеса равна $\frac{140}{3}$
- 5) ставка равна 100.

Задание 3:

1) Рассмотрим последствия всех решений Олега:

- убирает Василия: тогда в след. раунде мы вынуждены убирать Каталью и в финале мы получаем 2, а Павел - 13
- убирает Каталью: тогда Василий убирает либо Павла, либо нас, при выборе Павла мы получаем 5, а Василий - 10, если он убирает нас, то в финале Василий получает мы 2, а Павел получает 5, а поскольку Каталью распределены не известно как.
- убирает Павла: тогда Василий убирает либо Каталью, либо нас, если Каталью, то мы получаем 10, Василий получает 5, если он убирает нас, то в финале Василий получает 2, а Каталью получает 10, оставшиеся участники Павла (3) распределены не известно как, но $8 > 3 \Rightarrow$ Каталью вытравливает в любом случае

Из этого следует, что единственно возможным последним вариантом является убрать Павла, так как тогда Василий в любом случае убирает, а если ему разрешимко кого убирать, то он убирает Каталью.

2) Возможности нет, т.к. существует вариант, в котором Олег абсолютно точно не идет

