



1473

1	2	3	4	5	6	Σ
8	8	11	15	16	79	

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПБГУ**

2017-2018

Заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады **ФИЗИКА (10 КЛАСС)**

Город, в котором проводится Олимпиада **Владимир**

Дата **17.03.2018**

Вариант 8

1. За какое время брусок соскользнет с наклонной плоскости высотой $h = 10$ м, образующей угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом, если при угле наклона плоскости $\beta = 30^\circ$ он движется по ней равномерно? С каким минимальным ускорением нужно двигать

плоскость горизонтально при угле α , чтобы брусок на ней покоился? $Ox:$

$F_p = mg$
 $Ny = mg \cos 60^\circ$
 $N = mg \sin 60^\circ$
 $\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \mu \rightarrow \mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $mg \cos 60^\circ = mg \sin 60^\circ \mu$
 $\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \mu \rightarrow \mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\cos 45^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{\mu}$
 $\mu = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \tan 45^\circ = 1$
 $ma = mg \cos 45^\circ - N \mu$
 $ma = mg \cos 45^\circ - mg \cos 45^\circ = 0$
 $N = mg \cos 45^\circ$
 $a = \frac{g}{\sqrt{2}} (1 - \frac{1}{\sqrt{3}}) \sim 2,0 \text{ м/с}^2$
 $S = \sqrt{2} h = \frac{a t^2}{2}$
 $t = \sqrt{\frac{2 \sqrt{2} h}{a}} \sim 3,1 \text{ с}$
 $a_1 = \frac{g(\tan 30^\circ - 1)}{\tan 30^\circ + 1} \sim -2,16 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

2. Мяч бросают под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонту, а спустя некоторое время $\Delta t = 2$ с

бросают из той же точки с той же начальной скоростью второй мяч под меньшим

углом $\alpha_2 = 30^\circ$. Мячи сталкиваются в воздухе во время полета. Какой должна быть

начальная скорость мячей V_0 ?

Пусть t - время полета
 а - мяч 30 градусов
 Записываем уравнения скорости:

$$\begin{cases} v_{x1} = v_0 \cos 30^\circ (t + \Delta t) \\ v_{y1} = v_0 \cos 30^\circ - g(t + \Delta t) \\ v_{x2} = v_0 \sin 30^\circ (t + \Delta t) \\ v_{y2} = v_0 \sin 30^\circ t - \frac{g t^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 \sin 30^\circ (t + \Delta t) = v_0 \sin 60^\circ t \\ v_0 \cos 30^\circ - \frac{g(t + \Delta t)^2}{2} = \frac{g t^2}{2} \end{cases}$$

$$v_0 \sin 30^\circ (t + 2) = v_0 \sin 60^\circ t$$

$$v_0 \left(\frac{1}{2} (t + 2) \right) = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} t$$

$$t + 2 = \sqrt{3} t$$

$$t(1 - \sqrt{3}) = -2$$

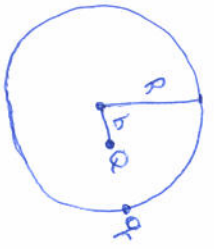
$$t = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2} = \sqrt{3} + 1$$

$$v_0 = \frac{g t^2}{2 \cos 30^\circ} = \frac{g (\sqrt{3} + 1)^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{g (\sqrt{3} + 1)^2}{\sqrt{3}}$$

$$v_0 = \frac{g (\sqrt{3} + 1)^2}{\sqrt{3}} = \frac{g (3 + 2\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3}} = \frac{g (4 + 2\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = \frac{4g}{\sqrt{3}} + 2g$$

$$v_0 = \frac{4 \cdot 9,8}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 9,8 \approx 22,6 + 19,6 = 42,2 \text{ м/с}$$

3. На расстоянии $b = 50$ см от центра заземленной проводящей сферы радиуса $R = 2$ м расположен точечный заряд Q . Электрическое поле заряда индуцирует на сфере поверхностный заряд. Сила притяжения между сферой и точечным зарядом $F = 100$ Н. Найдите Q .



$$F = k \frac{Qq}{(R-b)^2} \quad \text{Закон Кулона}$$

Поставим внутри сферы заряд q с помощью:

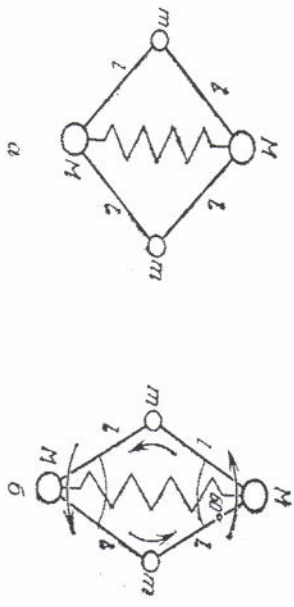
$$k \frac{Qq}{R^2} = k \frac{Qq}{(R-b)^2} \rightarrow q = \frac{QR}{b}$$

$$F = k \frac{QQR}{b(R-b)^2} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{Fb(R-b)^2}{kR}}$$

Ответ: $0,79 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$



4. Два шарика массой $M = 2$ кг каждый скреплены невесомой пружинной жесткости k (рисунок а). К ним через невесомые нити прикреплены еще два шарика массы $m = 1,5$ кг ($m < M$) так, что вся система образует квадрат со стороной $L = 15$ см, покоящийся на горизонтальном гладком столе. Затем эта связка постепенно раскручивается на столе вокруг ее центра масс до тех пор, пока квадрат не превратится в ромб с углом $\alpha = 60^\circ$ при вершинах, в которых находятся шарики массы M (рисунок б). Найдите k , если известно, что частота вращения связки $\nu = 50$ Гц.



1) $\frac{1}{T} = \nu = \frac{2\pi R}{L}$

2) $m \omega^2 = 2T$

3) $m \omega^2 = 2 \cdot T \sin 30^\circ$

4) $R_1 = \frac{1}{2} L$

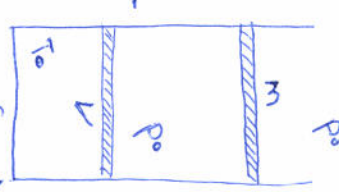
5) $\Delta l = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) L$

6) $2M(\frac{2\pi\nu}{L})^2 = 2\sqrt{3}m(\frac{2\pi\nu}{L})^2 + k(\sqrt{3} - \sqrt{2})L$

7) $k = \frac{6\sqrt{2}\pi^2(M-m)}{3 - \sqrt{6}}$

8) Ответ: $134,5 \text{ кН/м}$

5. Невесомый поршень может скользить по гладкой внутренней поверхности вертикально расположенного цилиндра высотой $L = 1$ м, сечением $S = 100 \text{ см}^2$. Начальная температура воздуха $T_0 = 300$ К, атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Цилиндр герметически закрыли поршнем и поставили на него груз массой $m = 73$ кг. В начальном состоянии плоскость поршня расположена на расстоянии L от дна цилиндра. При движении поршня реализуется процесс $pV^3 = \text{const}$. Найдите значения температуры T в моменты времени, соответствующие прохождению поршнем 1) положения равновесия; 2) границы движения поршня.



1) $pV = p_0 S L$

2) $pV^3 = \text{const}$

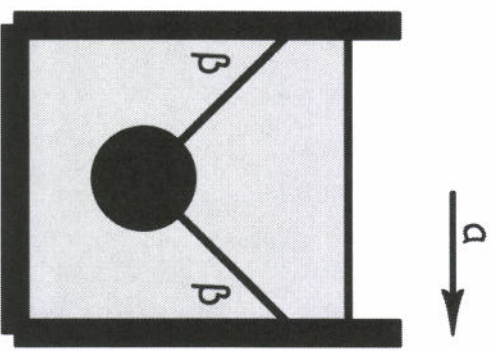
3) $p_0 L S^3 = (p_0 + \frac{mg}{S}) V^3 = \text{const}$

4) $p_0 L S^3 = (p_0 + \frac{mg}{S}) (\frac{V_0}{V})^3$

5) $T = \frac{pV}{R} = \frac{p_0 L S}{R} = 435 \text{ К}$

6) $T_1 = 500 \text{ К}$

6. Металлический шар закреплен в сосуде с маслом с помощью двух невесомых нерастяжимых нитей так, как показано на рисунке. Объем шара $V = 100 \text{ см}^3$, плотность металла $\rho = 5600 \text{ кг/м}^3$, $\cos \beta = 1/3$, плотность масла $\rho_0 = 900 \text{ кг/см}^3$. Найдите силы, с которыми нити действуют на шар в двух случаях:



1) Шар всегда полностью покрыт водой.

2) $m\vec{g} + F_{\text{арх}} + 2\vec{T} = 0$

3) $V\rho_0 g + 2T \cos \beta = m\vec{g}$

4) $T = \frac{Vg(\rho - \rho_0)}{2 \cos \beta} = 7 \text{ Н}$

5) $T_1 = 7 \text{ Н}$

6) $T_2 = 6,2 \text{ Н}$

7) $T_1 = 3Vg(\rho - \rho_0) - 2T_2$

8) $T_2 = \frac{3Vg(\rho - \rho_0)}{8\sqrt{2}} \sim 6,2 \text{ Н}$