

5775



66 баллов

1	2	3	4	5
5	3	3	0	0

$\Sigma = 11$

заполняется жюри!

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2017–2018**

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

10-11 класс

Город, в котором проводится Олимпиада

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

Дата 18-03-2018.

Вариант Ω

ЗАДАЧА № 1

Хитрый предприниматель придумал способ легкого заработка: он решил покупать золото в Сингапуре (около 1° сев.ш.), а продавать в Хельсинки (около 60° сев. ш.), взвешивая золото на одних и тех же пружинных весах. Сколько процентов прибыли можно получить таким способом, если золото покупать и продавать по одной и той же цене?

ЗАДАЧА № 2

В поезде, составленном из одинаковых вагонов, есть полностью заполненные вагоны, а также есть вагоны с одним, с двумя и с тремя свободными местами. При этом доля вагонов, в которых нет свободных мест, равна $k_1=0.2$, с одним свободным местом — k_2 , с двумя свободными местами — k_3 , с тремя свободными местами — k_4 . Среднее число пассажиров в вагонах поезда оказалось равным 43.7. Найдите k_2 , если известно, что k_4 равно наибольшему возможному значению для этого числа.

ЗАДАЧА № 3

Определите, за какое время в пещере вырастет конусообразный сталагмит из карбоната кальция высотой 1м и диаметром основания 50 см (плотность карбоната кальция 2.71 г/см^3), если с потолка пещеры каждые 2 секунды капает капля насыщенного раствора CaCO_3 объемом 0.5 мл. Примите, что весь карбонат из капли переходит на растущий сталагмит. Произведение концентраций ионов Ca^{2+} и CO_3^{2-} в насыщенном растворе CaCO_3 составляет $3.8 \cdot 10^{-9}$.

ЗАДАЧА № 4

Колориметрия (от лат. color — «цвет» и греч. μέτρον — «измеряю») — физический метод химического анализа, основанный на определении концентрации вещества по поглощению света растворами.

4-(4-Диметиламинофенилазо) бензолсульфонат натрия — известный кислотно-основный индикатор, синтетический органический краситель из группы азокрасителей. Его получают диазотируя сульфаниловую кислоту (*n*-аминобензолсульфо кислота), а затем сочетая полученное вещество с диметиланилином. В реакцию были взяты *n*-аминобензолсульфо кислота (1.2 г) и диметиланилин (1.9 г). После проведения реакции был получен осадок темно-желтого цвета, содержащий продукт в виде натриевой соли с неизвестным количеством примесей массой 3.24 г. После растворения навески вещества массой 100 мг, в 1 литре воды и доведении рН, до значения 2 с помощью концентрированной серной кислоты был проведен колориметрический анализ. Поглощение света на длине волны 505 нм составило 7.46×10^{-5} .

Напишите уравнение вышеуказанной реакции. Используя данные градуировочной зависимости поглощения от концентрации индикатора в водном растворе при рН=2, рассчитайте выход реакции. Какой цвет имеет раствор красителя при рН=2? Будет ли он отличаться от раствора с рН=3.9, рН=8, если да, то почему?

Концентрация индикатора (моль/литр)	Поглощение ($\lambda_{\max}=505$ нм)
0.2	0.0740
0.00005	0.0000185

ЗАДАЧА № 5

В комплекс космической безопасности входит автоматизированная система телескопов для наблюдения за небесными объектами в поясе астероидов. В зоне действия одного из телескопов, отслеживающего ситуацию в своем секторе размером 100×100 условных единиц измерения, ожидается пролет кометы. Телескоп засекает координаты x и y , а также их приращения для всех движущихся объектов в своем секторе. Эти данные были переданы в информационно-аналитический центр, где суперкомпьютер рассчитывает возможные траектории астероидов, которые потенциально могут полететь в направлении Земли.

Составьте программу, выделяющую астероиды, траектории которых должен рассчитать суперкомпьютер.

Входные данные по астероидам (в момент времени $t=0$) считываются из файла, и имеют следующую структуру: первые два числа через запятую — координаты астероида, следующие два числа со знаком «+» или «-» — приращения координат.

Например:

25, 10, +3, -1,

где 25, 10 — это координаты, а значения +3, -1 — это приращения координат x и y соответственно. Для данного примера, в следующий момент времени (т.е. $t=1$) астероид окажется в точке с координатами (28, 9) т.е. $25+3$ и $10-1$.

Столкновение астероидов и кометы происходит в случае, если у них совпадают координаты или если при переходе от момента времени $t=T$ к моменту времени $t=T+1$ их траектории пересекутся. Столкновения считать упругими. Координаты объектов после столкновения округляются до целого. Масса кометы равна $10M$, а каждого из астероидов — $1M$.

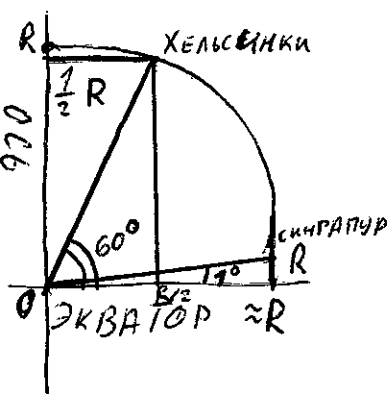
В момент времени $t=0$ комета имеет координаты 0, 50 и приращения координат +10, +0. Необходимо выделить те астероиды, которые к моменту времени $t=20$ будут иметь координату y меньше 0.

Примечание: количество астероидов (строк во входном файле) — 10 штук.

~~_____~~
 в 1. Пусть Земля — шар и g везде одинаковое.

Максимизация, представленная в задаче возможна только при изменении веса ~~_____~~ ЗОЛОТА.

$$P_{\text{век}} = mg - ma_{\text{цс}}$$



$$\Rightarrow a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi R)^2}{T^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}, \quad R - \text{РАД. ЗЕМЛИ}$$

$T - \text{СУТКИ.}$

$$\Rightarrow a_{\text{цс}(1)} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = a_1$$

$$\Rightarrow a_{\text{цс}(60)} = \frac{4\pi^2 \cdot \frac{1}{2}R}{T^2} = \frac{2\pi^2 R}{T^2} = a_2 \quad \text{---}$$

$$\text{Прибыль} = \text{Прибыль}_{\text{Хельс.}} - \text{Затраты}_{\text{Синг.}}$$

$$\Rightarrow \% \text{ Приб.} = \frac{\text{Приб. Хельс.} - \text{Затр. Синг.}}{\text{Затр. Синг.}} \cdot 100\% = \frac{P_{\text{Хельс.}} - P_{\text{Синг.}}}{P_{\text{Синг.}}} =$$

$$= \frac{mg - ma_2 - mg + ma_1 \cdot 100\%}{mg - ma_1} = \frac{a_1 - a_2}{g - a_1} = \frac{2\pi^2 R}{T^2(g - \frac{4\pi^2 R}{T^2})} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{2\pi^2 R \cdot 100\%}{gT^2 - 4\pi^2 R} = \frac{2\pi^2 \cdot 100\%}{\frac{gT^2}{R} - 4\pi^2} = \frac{20 \cdot 100\%}{10 \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60)^2 - 40} =$$

$$= \frac{20 \cdot 100\%}{2^6 \cdot 3^6 \cdot 10^5 - 40} = \frac{200 \cdot 100\%}{2^4 \cdot 3^6 - 400} = \frac{200 \cdot 100\%}{104976 - 400} = \frac{20000\%}{104576} =$$

$$= \frac{10000}{52288} \% \approx \frac{5000\%}{26144} = \frac{2500\%}{13072} = \frac{625\%}{3268} \approx \frac{1\%}{5} = 0,2\%$$

ОТВЕТ: 0,2%

W2. $\exists k$ - КОЛ-ВО МЕСТ ВРАГОНЕ $\in \mathbb{Z}$
 n - КОЛ-ВО ВАРОНОВ $\in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} nk_1 k + nk_2(k-1) + nk_3(k-2) + nk_4(k-3) = 43,7 \\ k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 1 \end{cases}$$

$$k_1 = 0,2 \Rightarrow \begin{cases} k - k_2 - 2k_3 - 3k_4 = 43,7 \\ k_4 = 0,8 - k_2 - k_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k - k_3 - 2k_4 = 44,5 \Rightarrow k_4 = \frac{44,5 + k_3 - k}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_4 = 0,8 - k_2 - k_3 \Rightarrow k_4 \rightarrow 0,8, \text{ когда } k_2 \text{ и } k_3 \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0,8 > \frac{44,5 + k_3 - k}{2}$$

$$\Rightarrow 1,6 > 44,5 + k_3 - k \Rightarrow k_3 > k - 42,9$$

$$\Rightarrow \min(k_3) = \min(k) = 42,9 = 43 \quad 42,9 - 0,1$$

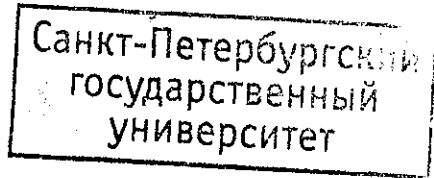
$$\Rightarrow \frac{44,5 + k_3 - k}{2} > 0,8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_3 = 44,5 + 2k_4 - k \\ k_3 = 0,8 - k_2 - k_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 43,7 + 3k_4 - k = -k_2 \\ k_2 = k - 3k_4 - 43,7 \end{cases}$$

продолж. на сл. листе.

$$\Rightarrow k_2 = k - 3 \cdot 0,8 - 43,7, k \in \mathbb{Z}$$

W2. (продолж.)



$$\Rightarrow \begin{cases} k_2 = k - 43,7 - 3k_4 \\ k \in \mathbb{Z} \\ k_4 = \max \Rightarrow k_3; k_2 = \min. \\ k_1 + k_3 + k_4 = 0,8 \end{cases}$$

при $k = 47; k_4 = 0,8 \Rightarrow k_2 = 0,9$
НЕ ПОРХОК

при $k = 46; k_4 = 0,8 \Rightarrow k_2 < 0$ ↓

при $k = 46; 3k_4 \rightarrow 2,3 \Rightarrow k_4 = 0,6$

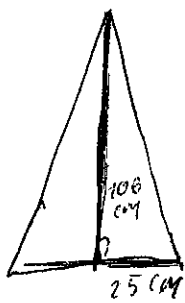
$$\Rightarrow \begin{cases} k_2 = 0,2 - k_3 \\ k_2 = 0,5 \end{cases}$$

НЕ СХОДИТСЯ

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 46 \\ k_4 = 0,75 \\ k_2 = 0,05 \\ k_3 = 0,01 \end{cases}$$

~~$k_4 = 0,8$~~
ОТВЕТ: ~~$k_2 = 0,05$~~ при $k_4 = 0,8$
 ~~$k_2 = 0$~~

W3



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot 625 \cdot \pi \cdot 100 = 625000 \text{ мл.}$$

$$m = \rho \cdot V = 2,71 \cdot 625000 = 169373 \text{ гр.}$$

$$\eta^2 = 3,8 \cdot 10^{-9} \Rightarrow \eta = \sqrt{381 \cdot 10^{-5}} = 6 \cdot 10^{-5}$$

конц.

$$\Rightarrow \text{В ОВНОЙ КАПЛЕ: } m' = V' \cdot \eta = 6 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ гр.}$$

$$\Rightarrow \text{НУЖНО ВРЕМЕНИ: } t = \frac{m}{m'} \cdot T = \frac{169373}{3 \cdot 10^{-5}} \cdot 2 = 11295 \cdot 10^5 \text{ сек}$$

ОТВЕТ: 13 ДНЕЙ, 16 ЧАСОВ, 31 МИНУТА И 40 СЕК.

W4.

Химия — это не ИМЖ. СПЕЦИАЛЬНОСТЬ!



~~М5~~

~~int X [1][2] - KOOPD. X(t)~~
~~int Y [1][2] - KOOPD. Y(t)~~
~~int X0 [1] - МАГ. X(0)~~
~~int Y0 [1] - МАГ. KOOPD. Y(0)~~
~~int XP [1]~~
~~int YP [1]~~

↑ ↑
 ЗНАЧ. ВРЕМЯ

М5. СОЗДАРИМ МАССИВЫ ДЛЯ УДОБСТВА.

ЗНАЧ. ВРЕМЯ
~~int X [2][1] - X(t)~~ ПОРМО ИДЕТ КОМЕТА.
~~int Y [2][1] - Y(t)~~
~~int XP [1]~~ ПРИРАВНЕНИЯ X И Y СООТВ.
~~int YP [1]~~

А ТАК ЖЕ, $int a [1], a[i] = \frac{Y P[i]}{X P[i]}$
 $int b [1], b[i] = Y [i] - \frac{Y P[i]}{X P[i]} \cdot X [i]$

$\Rightarrow Y [i] = a [i] \cdot X [i] + b [i]$

~~int X [2][1]~~
~~int Y [2][1]~~