

2 3 5



66 баллов

1	2	3	4	5
1	5	3	0	2

$\Sigma = 11$

заполняется жюри!

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПГУ
2017–2018**

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

10-11 класс

Город, в котором проводится Олимпиада ЕКАТЕРИНБУРГ

Дата 12.03.2018

Вариант Ω

ЗАДАЧА № 1

Хитрый предприниматель придумал способ легкого заработка: он решил покупать золото в Сингапуре (около 1° сев.ш.), а продавать в Хельсинки (около 60° сев. ш.), взвешивая золото на одних и тех же пружинных весах. Сколько процентов прибыли можно получить таким способом, если золото покупать и продавать по одной и той же цене?

ЗАДАЧА № 2

В поезде, составленном из одинаковых вагонов, есть полностью заполненные вагоны, а также есть вагоны с одним, с двумя и с тремя свободными местами. При этом доля вагонов, в которых нет свободных мест, равна $k_1 = 0.2$, с одним свободным местом — k_2 , с двумя свободными местами — k_3 , с тремя свободными местами — k_4 . Среднее число пассажиров в вагонах поезда оказалось равным 43.7. Найдите k_2 , если известно, что k_4 равно наибольшему возможному значению для этого числа.

ЗАДАЧА № 3

Определите, за какое время в пещере вырастет конусообразный сталагмит из карбоната кальция высотой 1 м и диаметром основания 50 см (плотность карбоната кальция 2.71 г/см³), если с потолка пещеры каждые 2 секунды капает капля насыщенного раствора CaCO₃ объемом 0.5 мл. Примите, что весь карбонат из капли

переходит на растущий сталагмит. Произведение концентраций ионов Ca^{2+} и CO_3^{2-} в насыщенном растворе CaCO_3 составляет $3.8 \cdot 10^{-9}$.

ЗАДАЧА № 4

Колориметрия (от лат. color — «цвет» и греч. μετρέω — «измеряю») — физический метод химического анализа, основанный на определении концентрации вещества по поглощению света растворами.

4-(4-Диметиламинофенилазо) бензолсульфонат натрия — известный кислотно-основный индикатор, синтетический органический краситель из группы азокрасителей. Его получают диазотируя сульфаниловую кислоту (*n*-аминобензолсульфо кислота), а затем сочетая полученное вещество с диметиланилином. В реакцию были взяты *n*-аминобензолсульфо кислота (1.2 г) и диметиланилин (1.9 г). После проведения реакции был получен осадок темно-желтого цвета, содержащий продукт в виде натриевой соли с неизвестным количеством примесей массой 3.24 г. После растворения навески вещества массой 100 мг, в 1 литре воды и доведении pH, до значения 2 с помощью концентрированной серной кислоты был проведен колориметрический анализ. Поглощение света на длине волны 505 нм составило $7.46 \cdot 10^{-5}$.

Напишите уравнение вышеуказанной реакции. Используя данные градуировочной зависимости поглощения от концентрации индикатора в водном растворе при pH=2, рассчитайте выход реакции. Какой цвет имеет раствор красителя при pH=2? Будет ли он отличаться от раствора с pH=3.9, pH=8, если да, то почему?

Концентрация индикатора (моль/литр)	Поглощение ($\lambda_{\text{max}}=505$ нм)
0.2	0.0740
0.00005	0.0000185

ЗАДАЧА № 5

В комплекс космической безопасности входит автоматизированная система телескопов для наблюдения за небесными объектами в поясе астероидов. В зоне действия одного из телескопов, отслеживающего ситуацию в своем секторе размером 100×100 условных единиц измерения, ожидается пролет кометы. Телескоп засекает координаты x и y , а также их приращения для всех движущихся объектов в своем секторе. Эти данные были переданы в информационно-аналитический центр, где суперкомпьютер рассчитывает возможные траектории астероидов, которые потенциально могут полететь в направлении Земли.

Составьте программу, выделяющую астероиды, траектории которых должен рассчитать суперкомпьютер.

Входные данные по астероидам (в момент времени $t=0$) считываются из файла, и имеют следующую структуру: первые два числа через запятую — координаты астероида, следующие два числа со знаком «+» или «-» — приращения координат. Например:

25, 10, +3, -1,

где 25, 10 — это координаты, а значения +3, -1 — это приращения координат x и y соответственно. Для данного примера, в следующий момент времени (т.е. $t=1$) астероид окажется в точке с координатами (28, 9) т.е. $25+3$ и $10-1$.

Столкновение астероидов и кометы происходит в случае, если у них совпадают координаты или если при переходе от момента времени $t=T$ к моменту времени $t=T+1$ их траектории пересекутся. Столкновения считать упругими. Координаты объектов после столкновения округляются до целого. Масса кометы равна $10M$, а каждого из астероидов — $1M$.

В момент времени $t=0$ комета имеет координаты 0, 50 и приращения координат +10, +0. Необходимо выделить те астероиды, которые к моменту времени $t=20$ будут иметь координату y меньше 0.

Примечание: количество астероидов (строк во входном файле) – 10 штук.

Чистовит, лист

№2

Санкт-Петербургский
государственный
университет

Валон типа А: заложенный, x пассажиров,

$k_1 \cdot y$ количество (y - полное кол-во вагонов)

Валон типа В: 1 свободное место, $x-1$ пассажиров, $k_2 \cdot y$ количество

Валон типа С: 2 свободных места, $x-2$ пассажиров, $k_3 \cdot y$ количество

Валон типа D: 3 свободных места, $x-3$ пассажиров, $k_4 \cdot y$ количество

Дано: $k_1 = 0,2$, $k_4 = \max$ возможное

По условию,
$$\frac{k_1 \cdot y \cdot x + k_2 \cdot y \cdot (x-1) + k_3 \cdot y \cdot (x-2) + k_4 \cdot y \cdot (x-3)}{y} = 43,7$$

$$\begin{cases} k_1 x + k_2 x - k_2 + k_3 x - 2k_3 + k_4 x - 3k_4 = 43,7 & (1) \\ k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 1 \end{cases}$$

$$k_2 = 0,8 - k_3 - k_4$$

$$\begin{cases} x \cdot (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) = x \Rightarrow x - 0,8 + k_3 + k_4 - 2k_3 - 3k_4 = 43,7 \\ x = 44,5 + k_3 + 2k_4 \quad (*) \end{cases}$$

т.к. максимальное количество пассажиров в вагоне x , а минимальное $x-3$, то должно выполняться неравенство:

$$x-3 \leq 43,7 \leq x \quad ; \quad \begin{cases} x \geq 43,7 \\ x \leq 46,7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 46 \\ x = 45 \\ x = 44 \end{cases}, \text{ т.к. } x \in \mathbb{N}$$

Предположим, что допустимо отсутствие любого либо типа вагона.

Если ~~или~~ $k_2, k_3, k_4 \in [0; 0,8]$, то возьмем максимальное возможное число $k_4 = 0,8$ и подставим в $(*)$

$$x = 46,1 + k_3 - \text{это невозможно, т.к. } x_{\max} = 46.$$

x будет равняться 46 только при $k_4 = 0,75$ и при $k_3 = 0$
(макс. возм.)

Следовательно, $k_2 = 0,8 - 0 - 0,75 = 0,05$. Подставим в (1) и проверим.

$$0,2 \cdot x + 0,05 \cdot (x-1) + 0 \cdot (x-2) + 0,75 \cdot (x-3) = 43,7$$

$$x = 43,7 + 0,05 + 2,25 ; x = 46.$$

k_4 максимально, $x \in \mathbb{N} \Rightarrow k_2 = 0,05$.

~~Если правильно дать все вагоны в поезд~~
Если обязательно должно быть вагоны всех типов, то $k_4 \max = 0,74(9)$,

тогда $k_3 = 0,01$ и $k_2 = 0,05$.

Ответ: 0,05.


```

xk=0
yk=50
xp=10
yp=0
x1=int(input("Астероид 1, координата x: "))
x2=int(input("Астероид 2, координата x: "))
y1=int(input("Астероид 1, координата y: "))
y2=int(input("Астероид 2, координата y: "))
a1=int(input("Астероид 1, направление x: "))
a2=int(input("Астероид 2, направление x: "))
b1=int(input("Астероид 1, направление y: "))
b2=int(input("Астероид 2, направление y: "))
if x1>100 or x2>100... or y1>100 or y2>100... or x1<0 or x2<0... or y1<0 or y2<0:
    print("Введите корректные данные")
else:
    for t in range(0;21):
        xk+=xp
        yk+=yp
        x1+=a1
        y1+=b1
        if xk==x1 and yk==y1:
            x1=100
            xp+=(10*a1)
            yp+=(10*b1)
            a1*=-1
            b1*=-1
            continue
        elif xk==x2 and yk==y2:
            if y1<0:
                print("Астероид 1")
            elif y2<0:
                print("Астероид 2")

```

Для случая пересечения траекторий астероида и кометы могу описать лишь конспект. К и А будут двигаться, как пересекаются, если выполняются одни из условий: $y_1 \geq y_2$ до столкновения или меньше y_2 , а после столкновения стало больше y_2 (или наоборот y_2); $x_1 \geq x_2$ до столкновения или меньше x_2 совб., а после столкновения стало больше, записываю с 1, 2, 3 коорд. X

Санкт-Петербургский
государственный
университет



$$V_{\text{ст}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{1}{3} \cdot 1 \text{ м} \cdot \frac{3,14 \cdot (0,5 \text{ м})^2}{4} \approx 6,54 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$M_{\text{ст}} = \rho \cdot V_{\text{ст}} = 2710 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 6,54 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \approx 177,28 \text{ кг}$$

$$V_{\text{кап}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$$

застывшая капля

$$V_{\text{жк}} =$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_{\text{Ca}}}{N_{\text{CO}_3}} &= \frac{M_{\text{Ca}}}{M_{\text{CO}_3}} \cdot \frac{M_{\text{CO}_3}}{M_{\text{Ca}}} = \frac{M_{\text{CO}_3}}{M_{\text{Ca}}} = \frac{60}{62} = \frac{30}{31} \quad (\text{я не помню } M_{\text{Ca}}) \\ N_{\text{Ca}} \cdot N_{\text{CO}_3} &= 3,8 \cdot 10^{-9} \end{aligned} \right\}$$

$$N_{\text{Ca}} = \frac{30}{31} N_{\text{CO}_3}; \quad \frac{30}{31} N_{\text{CO}_3}^2 = 3,8 \cdot 10^{-9}$$

$$N_{\text{CO}_3} = \sqrt{\frac{31}{30} \cdot 3,8 \cdot 10^{-9}} \approx 6,26 \cdot 10^{-5}; \quad N_{\text{Ca}} \approx 6,06 \cdot 10^{-5}$$

$$N = N_{\text{CO}_3} + N_{\text{Ca}} \approx 1,23 \cdot 10^{-4}$$

застывшая капля: $V_{\text{жк}} = V_{\text{кап}} \cdot N = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3 \cdot 1,23 \cdot 10^{-4} = 6,16 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3$

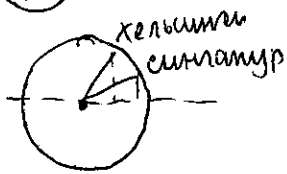
$$M_{\text{жк}} = V_{\text{жк}} \cdot \rho = 1,67 \cdot 10^{-7} \text{ кг}$$

$$T = \tau \cdot \frac{M_{\text{ст}}}{M_{\text{жк}}} \approx 2,12 \cdot 10^9 \text{ с} \approx 67 \text{ лет} \quad (\text{если брать, что капля распалась моментально или за 2с})$$

$$\tau = 2 \text{ с}$$

Ответ: 67 лет.

№ 1



$$\frac{G m_1 M_3}{R_3^2} = \frac{G m_2 M_3}{(R_3 \cdot \cos 10^\circ)^2} \quad \text{— получаем в хельсинки}$$

$$m_1 = \frac{m_2}{\cos^2 10^\circ}; \quad m_2 = m_1 \cdot \cos^2 10^\circ,$$

где m_1 — реальная масса золота
 m_2 — номинальная на весах в Симпуре

$$\frac{G m_1 M_3}{R_3^2} = \frac{G m_3 M_3}{(R_3 \cdot \cos 60^\circ)^2}; \quad m_3 = m_1 \cdot \cos^2 60^\circ, \quad \text{где } m_3 \text{ — номинальная на весах в Хельсинки}$$

т.к. получаем и пределяем по одной цене, то получаем

$$P = \frac{M}{m_3}; \quad \frac{M}{m_2} = \frac{m_2}{m_3} = \frac{\cos^2 10^\circ}{\cos^2 60^\circ} \approx 3,999; \quad P = 400\%$$

Ответ: 400% прироста

см. на обороте

NH.

ИСТОРИЯ

Раствор красителя при pH=2 имеет зеленый цвет.

