

I 6680


1	2	3	4	5
4	5	2	0	2

$\Sigma = 13$

78 Банков

заполняется жюри!

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
 ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
 2017–2018**

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады

ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

10-11 класс

Город, в котором проводится Олимпиада Итсебек

Дата 20 февраля 2018

Вариант л

ЗАДАЧА № 1

Хитрый предприниматель придумал способ легкого заработка: он решил покупать золото в Мехико (около 20° сев.ш.), а продавать в Мадриде (около 40° сев. ш.), взвешивая золото на одних и тех же пружинных весах. Сколько процентов прибыли можно получить таким способом, если золото покупать и продавать по одной и той же цене?

ЗАДАЧА № 2

В поезде, составленном из одинаковых вагонов, есть полностью заполненные вагоны, а также есть вагоны с одним, с двумя и с тремя свободными местами. При этом доля вагонов, в которых нет свободных мест, равна $k_1=0.1$, с одним свободным местом — k_2 , с двумя свободными местами — k_3 , с тремя свободными местами — k_4 . Среднее число пассажиров в вагонах поезда оказалось равным 45.4. Найдите наибольшее возможное значение k_4 .

ЗАДАЧА № 3

Определите, за какое время в пещере вырастет конусообразный сталагмит из карбоната магния высотой 75см и диаметром основания 40 см (плотность карбоната магния 2.85 г/см³), если с потолка пещеры каждые 4 секунды капает капля насыщенного раствора MgCO₃ объемом 0.5 мл. Примите, что весь карбонат из капли переходит на растущий сталагмит. Произведение концентраций ионов Mg²⁺ и CO₃²⁻ в насыщенном растворе MgCO₃ составляет 1.1*10⁻⁸.

ЗАДАЧА № 4

Колориметрия (от лат. color — «цвет» и греч. метрѳ — «измеряю») — физический метод химического анализа, основанный на определении концентрации вещества по поглощению света растворами.

4-(4-Диметиламинофенилазо) бензолсульфонат натрия - известный кислотнo-основной индикатор, синтетический органический краситель из группы азокрасителей. Его получают диазотируя сульфаниловую кислоту (*n*-аминобензолсульфоkислота), а затем сочетая полученное вещество с диметиланилином. В реакцию были взяты *n*-аминобензолсульфоkислота (1.2 г) и диметиланилин (1.9 г). После проведения реакции был получен осадок темно-желтого цвета содержащий продукт в виде натриевой соли с неизвестным количеством примесей массой 3.24 г. После растворения навески вещества массой 100мг, в 1 литре воды и доведении рН, до значения 2 с помощью концентрированной серной кислоты был проведен колориметрический анализ. Поглощение света на длине волны 505 нм составило 7.46×10^{-5} .

Напишите уравнение вышеуказанной реакции. Используя данные градуировочной зависимости поглощения от концентрации индикатора в водном растворе при рН=2 рассчитайте выход реакции. Какой цвет имеет раствор красителя при рН=2? Будет ли он отличаться от раствора с рН=3.9, рН=8, если да, то почему?

Концентрация индикатора (моль/литр)	Поглощение ($\lambda_{\text{max}}=505 \text{ нм}$)
0.2	0.0740
0.00005	0.0000185

ЗАДАЧА № 5

В комплекс космической безопасности входит автоматизированная система телескопов для наблюдения за небесными объектами в поясе астероидов. В зоне действия одного из телескопов, отслеживающего ситуацию в своем секторе размером 100x100 условных единиц измерения, ожидается пролет кометы. Телескоп засекает координаты x и y , а также их приращения для всех движущихся объектов в своем секторе. Эти данные были переданы в информационно-аналитический центр, где суперкомпьютер рассчитывает возможные траектории астероидов, которые потенциально могут полететь в направлении Земли.

Составьте программу, выделяющую астероиды, траектории которых должен рассчитать суперкомпьютер.

Входные данные по астероидам (в момент времени $t=0$) считываются из файла, и имеют следующую структуру: первые два числа через запятую — координаты астероида, следующие два числа со знаком «+» или «-» — приращения координат.

Например:

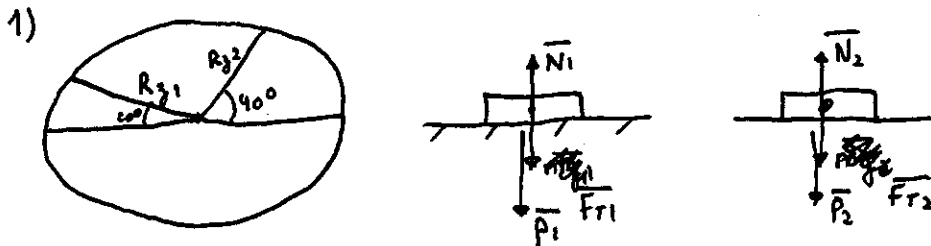
25, 10, +3, -1,

где 25, 10 — это координаты, а значения +3, -1 — это приращения координат x и y соответственно. Для данного примера, в следующий момент времени (т.е. $t=1$) астероид окажется в точке с координатами (28, 9) т.е. $25+3$ и $10-1$.

Столкновение астероидов и кометы происходит в случае, если у них совпадают координаты или если при переходе от момента времени $t=T$ к моменту времени $t=T+1$ их траектории пересекутся. Столкновения считать упругими. Координаты объектов после столкновения округляются до целого. Масса кометы равна $15M$, а каждого из астероидов — $2M$.

В момент времени $t=0$ комета имеет координаты 50, 0 и приращения координат 0, +10. Необходимо выделить те астероиды, которые к моменту времени $t=20$ будут иметь координату x больше 0.

Примечание: количество астероидов (строк во входном файле) — 10 штук.



1) Пусть C_1 — сумма покупки золота ($C_1 = P_1 \cdot \lambda$), а C_2 — сумма продажи золота ($C_2 = P_2 \cdot \lambda$), где λ — стоимость золота за единицу массы;

2) Из 2-го и 3-го законов Ньютона можно вывести

$$\begin{cases} P_1 = F_{T1} \\ P_2 = F_{T2} \end{cases}, \text{ но } F_{T1} = G \frac{M_z m}{R_{z1}^2} \text{ и } F_{T2} = G \frac{M_z m}{R_{z2}^2} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = G \frac{M_z m}{R_{z1}^2} \\ P_2 = G \frac{M_z m}{R_{z2}^2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_{z1}^2}{R_{z2}^2} \quad (1)$$

3) $\frac{C_2}{C_1}$ — во сколько раз ^{больше} предприниматель получит денег за продажу золота, чем за его покупку, а значит процент прибыли $p' = \left(\frac{C_2}{C_1} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right) \cdot 100\% =$

$$= \left(\frac{R_{z1}^2}{R_{z2}^2} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{R_{z1}^2 - R_{z2}^2}{R_{z2}^2}\right) \cdot 100\% = \frac{(R_{z1} + R_{z2})(R_{z1} - R_{z2})}{R_{z2}^2} \cdot 100\%$$

4) В связи с незначительным значением радиуса Земли в данных городах,

мытем $R_{1z} = 6350 \text{ м}$, $R_{2z} = 6300 \text{ м}$, тогда $p' = \frac{12650 \cdot 50}{6300 \cdot 6300} \cdot 100\% \approx \frac{100}{63}\% = 1,58\%$

Ответ: $p' = \frac{(R_{z1} + R_{z2})(R_{z1} - R_{z2})}{R_{z2}^2} \cdot 100\% \approx 1,58\%$

2) Пусть n - количество вагонов в поезде, а d - количество мест в одном вагоне. Естественно заметить, что $d \in [46; 48]$, т.к. в других случаях это модели в полностью заполненном вагоне будет меньше среднего значения или это модели в вагоне с 3 свободными местами будет больше среднего значения, а такого быть не может. Тогда
$$\frac{K_1 \cdot n \cdot d + K_2 \cdot n(d-1) + K_3 \cdot n(d-2) + K_4 \cdot n(d-3)}{n} = 45,4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_1 d + K_2(d-1) + K_3(d-2) + K_4(d-3) = 45,4 \Rightarrow \text{Далее } K_2(d-3) + K_3 + 2K_2 + K_3 = 45,4 \Rightarrow$$

$$+ K_3 = 45,4 \Rightarrow d-3 + 0,3 + 2K_2 + K_3 = 45,4 \Rightarrow d + 2K_2 + K_3 = 48,1$$

При $d=46$: $2K_2 + K_3 = 2,1$, но т.к. $K_2 + K_3 \leq 0,9$, то $K_2 \geq 1,2$ невозможно

При $d=47$: $2K_2 + K_3 = 1,1 \Rightarrow K_1 + 2K_2 + K_3 + K_4 = 1 + K_1 + K_4 \Rightarrow 1 + K_2 = 1,2 + K_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow K_2 = K_1 + 0,2; \text{ т.к. } K_2 + K_4 \leq 0,9, \text{ то } 2K_1 + 0,2 \leq 0,9 \Rightarrow \underline{K_1 \leq 0,35}$$

При $d=48$ $2K_2 + K_3 = 0,1 \Rightarrow K_1 + 2K_2 + K_3 + K_4 = 0,1 + K_1 + K_4 \Rightarrow 1 + K_2 = 0,2 + K_4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underline{K_4 = K_2 + 0,8} \Rightarrow \underline{K_4 \geq 0,8}$$
 в данном случае K_4 будет наиб., рассмотрим сл.

K_4 будет наиб. при наиб. K_2 , но из ур-я $2K_2 + K_3 = 0,1$ следует, что $K_2 < 0,05$,

но чем больше K_2 , тем меньше K_3 , а K_3 не может быть бесконечно малым т.к.

$K_3 \cdot n$ должно быть целым числом, а значит n должно быть бесконечно большим. Естественно заметить, что $n \cdot K_1$ тоже целое число, а значит $n:10$.

В среднем вагонов может быть от 20 до 30, но допустим, что нам поезд больше и в нём 50 вагонов, тогда $50 \cdot K_3$ - целое, минимальное возможное K_3 в этом случае $\frac{1}{50} = 0,02 \Rightarrow 2K_2 = 0,08; K_2 = 0,04 \Rightarrow K_4 = 0,84$

Ответ: $K_4 = 0,84$

3)
$$V_K = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot 40 \cdot 40}{4} \cdot 75 = \pi \cdot 10 \cdot 40 \cdot 25 = 10000\pi \text{ м}^3 \approx 31415 \text{ м}^3$$

Пусть концентрация $MgCO_3$ в р-ре равна x , тогда в капле находится $0,5x$ мл $MgCO_3 = 0,5x \text{ см}^3 \Rightarrow$ понадобится $\frac{31415}{0,5x}$ капель $= \frac{62830}{x}$ капель, а значит потребуются

$$\frac{62830}{x} \cdot 4 = \frac{251320}{x} \text{ секунды} = \text{т.к. } \frac{M(Mg)}{M(CO_3)} = \frac{24}{60} = \frac{1}{5}, \text{ то и } \frac{m(Mg)}{m(CO_3)} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5m(Mg) = m(CO_3) = \text{Масса капль } m_K = m_{H_2O} + m_{MgCO_3} = V_K((1-x) \cdot \rho_{H_2O} + x \cdot \rho_{MgCO_3}) =$$

$$= V_K((1-x) \cdot 1 + x \cdot 2,85) = 0,5 \cdot (1 + 1,85x)$$

Санкт-Петербургский
государственный
университет

$$\frac{m(\text{Mg})}{m_K} \cdot \frac{m(\text{CO}_3)}{m_K} = 1,1 \cdot 10^{-8}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{5 m^2(\text{Mg})}{m^2_K} = 1,1 \cdot 10^{-8} \\ X = \frac{m(\text{Mg}) + m(\text{CO}_3)}{m_K} = \frac{6 m(\text{Mg})}{m_K} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m(\text{Mg}) = \frac{X \cdot m_K}{6} \\ \frac{5 \cdot X^2 \cdot m^2_K}{m^2_K \cdot 36} = 1,1 \cdot 10^{-8} \Rightarrow X^2 = \frac{36 \cdot 1,1 \cdot 10^{-8}}{5} = 7,92 \cdot 10^{-8} = (2,8 \cdot 10^{-4})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = 2,8 \cdot 10^{-4} \Rightarrow t = \frac{251320}{2,8 \cdot 10^{-4}} = \frac{251320 \cdot 10^5}{28} \approx 8975,7 \cdot 10^5 \text{ c} =$$

$$= 897570000 \text{ c} = 2494752 \approx 104000 \text{ год} \approx 295 \text{ лет}$$

$$\text{Ответ: } t = 897570000 \text{ c} = 2494752 \approx 104000 \text{ год} \approx 295 \text{ лет}$$

5) #include <iostream>

using namespace std

int main()

int x[10], y[10], x1[10], y1[10], i, j, k;

for (i=0; i<10; i++)

cin >> x[i] >> y[i] >> x1[i] >> y1[i];

x[10] = 50; y[10] = 0; x1[10] = 0; y1[10] = 10;

for (j=0; j<20; j++)

{ for (i=0; i<=10; i++)

{ x[i] = x[i] + x1[i];

y[i] = y[i] + y1[i]; }

for (i=0; i<=10; i++)

{ for (k=i+1; k<=10; k++)

{ if (x[i] == x[k] && y[i] == y[k])

{ if (k!=10) { x1[i] = -x1[i]; y1[i] = -y1[i]; x1[k] = -x1[k]; y1[k] = -y1[k]; }



```
else {x1[i] = -x1[i]; y1[i] = -y1[i]; } } } }
```

```
for (i=0; i < 10; i++)
```

```
{ if (x[i] > 0) cout << i << endl; }
```

```
return 0;
```

```
}
```

4) П.К. положение света составило $7,46 \cdot 10^{-5} \approx 7,4 \cdot 10^{-5}$, тогда поближе можно определить, что концентрация индикатора составляет $0,0002$ моль/литр.