

$$b_1 P_2 - a_1 P_1 = 1$$

Заметим, что обратную операцию осуществить невозможно.

$$(a+a_1)P_1 + (b-b_1)P_2 = 597$$

$$aP_1 + a_1P_1 + bP_2 - P_2b_1 = 597$$

$$a_1P_1 - b_1P_2 = -1$$

$$\text{Следовательно, } \begin{cases} b < b_1 \\ a > a_1 \end{cases}$$

Задача 5.

Арсений, студент выпускного курса экономического факультета одного из столичных вузов, решил подзаработать в свободное от занятий время на продаже газеты «Экономика для начинающих».

Недаром Арсений овладел профессией экономиста четыре года: для выстраивания своей конкурентной стратегии на рынке печатной продукции он провел маркетинговое исследование и выяснил, что спрос на данную газету выражается линейной функцией. Кроме этого, Арсений узнал от своего конкурента по рынку – студента из параллельной группы Севы Вострцова, – что на ближайшем углу от института, если установить цену на газету 10 рублей и выше – ее совсем невозможно продать, а продать больше 40 газет в день, как бы ты ни изменял цену, не удастся никак.

В типографии, где печатается газета, работает соседка Арсения по общежитию Катя, которая сказала, что даст ему в день под реализацию столько газет, сколько он попросит, за коробку конфет. А Сева – конкурент Арсения – обещал ему шесть рублей, если он вообще не появится на том углу с газетами.

Выяснив все это Арсений задумался: стоит ли ему начинать продажу газет; если да, то сколько газет попросить у Кати и по какой цене их продавать?

Помогите Арсению найти ответы на эти вопросы.

$$Q_D = a - bP$$

$$Q = 0, P = 10$$

$$Q = 40, P = 0$$

$$\begin{cases} 0 = a - 10b \\ 40 = a \end{cases}$$

$$b = 4$$

$$Q_D = 40 - 4P$$

Сева же

1) Если Сева был один:

$$Pr = TR - TC = P(40 - 4P) - TC$$

Об его издержках ничего не сказано, пусть они равны нулю. Издержки Севы – стоимость коробки конфет, пусть она равна x .

$$Pr = 40P - 4P^2 - x$$

Это параболы с ветвями вниз, её максимум находится в точке

$$P_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-40}{-8} = 5$$

$$Q = 20$$

$$Pr = 100 - x$$

2) Арсений Арсенин.

Его издержки ровно такие же, как и у Севы, следовательно, Арсенин и Сева будут являться равными производителями и делить рынок пополам.

$$Q = \frac{Q}{2} = 10$$

Продолшаем на отдельном листке.



7 947

75

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПБГУ 2016–2017

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады **ЭКОНОМИКА (10-11 класс)**

Город, в котором проводится Олимпиада Нишней Ковдор

Дата 23.03.2017.

Вариант 4

Задача 1.

В течение дня Алиса потребляет два вида еды: пирожки по цене 20 монет за штуку и салат по цене 80 монет за порцию. На покупку еды Алиса выделяет из своего бюджета 300 монет в день, но при этом, она следит за фигурой и не хочет потреблять больше 2500 калорий в день, а в каждом пирожке 200 калорий, в порции салата 300 калорий. (Примечание: салата можно есть несколько порций в день.)

1. Сколько пирожков и порций салата необходимо покупать и потреблять в день, чтобы и деньги потратить и калорий не перебрать?
2. Известно, что повышение цен на пирожки на 1% приведет к снижению спроса индивида на 0,5%. Найдите вид индивидуальной функции спроса $Q_D = a - bP$, считая ее линейной вблизи точки равновесной цены 20

$$\begin{aligned} 1) P_1 &= 20 \\ P_2 &= 80 \\ aP_1 + bP_2 &= 300 \\ K_1 &= 200 \\ K_2 &= 300 \\ aK_1 + bK_2 &= 2500 \end{aligned}$$

Максимум Алиса может купить 3 салата.

$$1) b = 3, 20a + 240 = 300$$

$$a = 3$$

$$200 \cdot 3 + 300 \cdot 3 = 600 + 900 = 1500$$

2) $b = 2, 20a + 160 = 300$ *угаве.*

$$a = 7$$

$$200 \cdot 7 + 300 \cdot 2 = 1400 + 600 = 2000 \text{ угаве.}$$

$$aP_1 + bP_2 =$$

$$\begin{cases} 20a + 80b = 300 \\ 200a + 300b = 2500 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &- 200a + 800b = 3000 \\ &\underline{200a + 300b = 2500} \\ &500b = 500 \\ &b = 1, a = 11 \end{aligned}$$

Ответ: 11 пирожков и 1 салат или 7 пирожков и 2 салата или 3 пирожка и 3 салата.

б) на отдельном листке.

Значит, Алиса купит 11 пирожков и 1 салат. Однако в своем решении я максимизировал кол-во калорий (2000). На деле же Алисе важно не перебрать калорий, следовательно:

$$\begin{cases} 20a + 80b = 300 \\ 200a + 300b \leq 2500 \end{cases}$$

Задача 2.

В Австрии и Германии производятся аналогичные национальные женские костюмы Дирндли, которые продаются на внутренних рынках этих стран. Спрос и предложение в Австрии на костюмы заданы функциями: $Q_D = 600 - P$ и $Q_S = -300 + 2P$. Спрос и предложение в Германии на этот товар заданы функциями: $Q_D = 400 - P$ и

$Q_S = -200 + 2P$, где Q – количество костюмов в штуках, P – цена в евро.

Определите:

1. Какие цены и объемы продаж установятся в этих странах, если бы рынки этих стран были изолированы?
2. В случае объединения рынков этих стран, и при условии отсутствия транспортных расходов на доставку товара, какие цены и объемы продаж будут в обеих странах? При этом из какой страны в какую и в каком количестве пойдут потоки товаров?
3. Предположим, транспортные расходы при перевозке товара из одной страны в другую составляют 40 евро за один костюм. Каким станет товарный поток из одной страны в другую?
4. Какой должна быть величина транспортных расходов, чтобы товарный поток составил 80 единиц?
5. Какая величина транспортных расходов обнулит поток импорта?

$$Q_D(A) = 600 - P$$

$$Q_S(A) = -300 + 2P$$

$$Q_D(\Gamma) = 400 - P$$

$$Q_S(\Gamma) = -200 + 2P$$

1) Австрия:

$$Q_D = Q_S$$

$$600 - P = -300 + 2P$$

$$900 = 3P$$

$$P_e = 300$$

$$Q_e = 300$$

Германия:

$$Q_D = Q_S$$

$$400 - P = -200 + 2P$$

$$600 = 3P$$

$$P_e = 200$$

$$Q_e = 200$$

2) Т.к. товар в Германии дешевле

$$Q_D(A+\Gamma) = 1000 - 2P$$

$$Q_S(A+\Gamma) = -500 + 4P$$

$$Q_D = Q_S$$

$$1000 - 2P = -500 + 4P$$

$$1500 = 6P$$

$$P_e = 250$$

$$Q_e = 500$$

Задача 3.

Долларовый мультимиллионер Артемидов ищет управляющего для своего нового пятизвездочного отеля. Для привлечения внимания к данному бизнес-проекту отбор происходит в формате телевизионного реалити-шоу "Топ-менеджер", где кандидаты проходят различные испытания, по итогам которых кто-то выбывает из дальнейшего конкурса. В соответствии с правилами шоу, имя очередного выбывающего участника называет победитель последнего испытания. Когда же участников остаётся только двое, все выбывшие участники общим голосованием выбирают победителя.

На данный момент в шоу осталось четыре кандидата: Василий, Олег, Павел и Наталья. Предыдущее испытание выиграл Олег. Он должен принять решение о том, кого из соперников объявить выбывшим. При этом ему известно следующее (допустим, что эта информация достоверна и известна всем конкурсантам, а влияние случайных факторов на исход испытаний пренебрежимо мало):

I. Последнее предстоящее им испытание будет связано с маркетингом и рекламой. Насколько конкурсанты успели узнать друг друга, их способности в данной сфере по условной десятибалльной шкале можно оценить следующим образом:

Василий: 10

Олег: 6

Павел: 4

$$Q_D(A) = 600 - 250 = 350$$

$$Q_S(A) = -300 + 500 = 200$$

$$Q_D(\Gamma) = 400 - 250 = 150$$

$$Q_S(\Gamma) = -200 + 500 - 300 = 0$$

$$P = 250$$

Следовательно, потоки товаров пойдут из Германии в Австрию в размере 150 единиц.

3) Функция импорта до введения при отсутствии транспортных расходов: $I = Q_D(A) - Q_S(A) = 900 - 3P$

Функция экспорта при отсутствии транспортных расходов: $E = Q_S(\Gamma) - Q_D(\Gamma) = -600 + 3P$

Другими словами, I – функция спроса Австрии на товары Германии, E – функция предложения Германии для Австрии.

Транспортные расходы иначе можно назвать потоками товаров на производителях.

$$E = -600 + 3(P - t)$$

$$t = 40$$

$$E = -600 + 3(P - 40) = -720 + 3P$$

$$E = I$$

$$-720 + 3P = 900 - 3P$$

$$6P = 1620$$

$$P = 270$$

$$Q_i = 80$$

4) $Q = 80$

$$I = 900 - 3P = 80$$

$$3P = 820$$

$$P = 273 \frac{1}{3}$$

$$E = -600 + 3(P - t)$$

$$E = -600 - 3t + 3P = 80$$

$$-600 - 3t + 820 = 80$$

$$3t = 140$$

$$t = 46 \frac{2}{3}$$

Итого

$$E = -740 + 3P$$

$$I = 900 - 3P$$

5) $I = 900 - 3P = 0$

$$P = 300$$

$$E = -600 - 3t + 3P$$

$$-600 - 3t + 900 = 0$$

$$3t = 300$$

$$t = 100$$

Итого $E = -900 + 3P$
 $I = 900 - 3P$

Наталья: 3

II. На текущий момент голоса выбывших участников проекта распределены следующим образом:

За Олега: 2

За Наталью: 7

За Василия: 2

За Павла: 2

III. Исход последнего испытания не окажет влияния на предпочтения выбывших участников.

IV. В случае, если кто-либо выбывает из конкурса, он сам и его нынешние сторонники в финале голосуют против того, кто принимал решение о его выбытии (и, соответственно, за его оппонента). В случае, если принимавший решение о выбытии конкурсант также успел выбыть, их решение непредсказуемо.

V. Возможные варианты развития событий, известные одному участнику, известны и всем другим участникам.

VI. Если победителю последнего испытания безразлично, кого исключить, он исключит лицо противоположного пола.

Определите:

1. Какое решение должен принять на данном этапе Олег как рациональный субъект (то есть кто из его соперников не встретится с ним в последнем испытании)?

2. Есть ли у Василия возможность победить и занять должность управляющего, если Олег не исключит его на данном этапе? Если да, то каким образом?

Ответы обоснуйте.

Рассмотрим все возможные события:
1) Олег исключает Василия \Rightarrow Олег выигрывает последнее состязание. (Сторонники Василия + он сам голосуют либо за Наталью, либо за Павла. Разберёмся, кого исключить Олегу после последнего состязания.)

1.1) Олег исключает Наталью. Василий + сторонники голосуют за Павла, Наталья + сторонники тоже Павел побеждает.

1.2) Олег исключает Павла. Повторяется та же ситуация, только все голосуют за Наталью, Наталья побеждает.

Таким образом, после последнего состязания Олегу безразлично, кого исключить (он преурает в любой случае) \Rightarrow Олег исключает Наталью (пункт VI) \Rightarrow выигрывает Павел.

2) Олег исключает Павла. Т.к. \Rightarrow Василий выигрывает последнее состязание. Сторонники Павла + он сам голосуют либо за Василия, либо за Наталью. Разберёмся, кого исключить Василию после последнего состязания.

2.1) Василий исключает Олега. Олег + сторонники голосуют за Наталью (у неё меньше голосов), Василий максимум может рассчитывать на голоса Павла + сторонников (всего 5) \Rightarrow Наталья выигрывает.

2.2) Василий исключает Наталью. ~~Все сторонники~~ Наталья + сторонники присоединяются за Олега (у него меньше голосов), у Василия не более 5 \Rightarrow Василий преурает в любой случае.

Следовательно, Василий исключит Наталью (пункт VI) \Rightarrow Олег победит.

3) Олег исключает Наталью \Rightarrow Василий выигрывает последнее состязание. Сторонники Натальи + она сама голосуют либо за Василия, либо за Павла. Разберёмся, кого исключить Василию после последнего состязания.

Задача 4.

В государстве Заморские острова в результате денежной реформы остались в обращении денежные знаки только двух различных номиналов, которые являются натуральными числами, большими двух. Оказалось, что товар стоимостью в 597 франтов можно оплатить лишь беря сдачу, а любой товар стоимостью в целое число франтов, большее 598, можно оплатить без сдачи. Найдите номиналы оставшихся после реформы денежных знаков.

Пусть P_1 – номинал первой монеты.

P_2 – номинал второй монеты.

$$\text{Итого } aP_1 + bP_2 = 598$$

Заменим a , монет с номиналом P_1 , на b_1 монет с номиналом P_2 . Предположим, что тогда сумма увеличится на 1.

$$(a - a_1)P_1 + (b + b_1)P_2 = 599$$

$$aP_1 - a_1P_1 + bP_2 + b_1P_2 = 599$$

$$598 - a_1P_1 + b_1P_2 = 599$$

$$\delta) P=20, Q=11.$$

$$E = -0,5.$$

$$E = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}.$$

$$Q_D = a - bP.$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} = -0,5.$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta P} = b.$$

$$b \cdot \frac{20}{11} = -\frac{1}{2}$$

$$b = -\frac{1}{2} \cdot \frac{11}{20} = -\frac{11}{40}.$$

~~$$Q_D = a - \frac{11}{40}P$$~~

$$Q_D = a - \frac{11}{40}P.$$

$$11 = a - \frac{11}{40} \cdot 20$$

$$11 = a - 5,5.$$

$$a = 16,5.$$

$$Q_D = 16,5 - \frac{11}{40}P.$$

№ 3.

3.1) Василий исключает Олега. Тогда Олег + сторонники проголосуют за Павла (у него 5 голосов). Однако как раздается 8 голосов Натальи — не ясно. Значит, у Василия есть шанс победить.

3.2) Василий исключает Павла. Тогда Павел + сторонники проголосуют за Олега (у него 5 голосов), а Наталья + сторонники проголосуют за Василия \Rightarrow Василий победит однозначно.

Ташии образам:

1) Олег должен исключить Павла.

2) Если Олег исключит Наталью, тогда Василию необходимо исключить Павла.

$$P_{\Gamma} = P \cdot Q - X = P \cdot q - X = 50 - X.$$

~~Общая п'~~

Однако это не совсем верно, ведь тогда общая формула прибыли будет равна $100 - 2x$, однако Катя готова ~~то~~ напечатать любое Q лишь за X . Допустим, что Арсений и Сева поровну платят за коробку конфет для своих произв.

$$P_{\Gamma} = 50 - \frac{1}{2}x.$$

Итак, у Арсения есть две альтернативы:

- 1) Иметь прибыль $50 - \frac{1}{2}x$ рублей в день, продавая 10 газет по 5 рублей.
- 2) Иметь прибыль 6 рублей в день, не получая их у Севы.

Следовательно, при $x > 88$ рублей Арсению не стоит заниматься продажей газет.
 при $x \leq 88$, Арсений попросит у Кати 10 газет и продаст их по 5 рублей за штуку.