Если все ~~числа~~ числа, ~~большие~~ кот. больше 598 делятся нацело на некую сумму ~~двух~~ $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y$, то $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y \geq 598$, а именно $x + y = 599$ (1)

(чтобы исключить случай, когда необходимое число было получено с использованием отриц. n_1, n_2)

$n_1 \cdot x + n_2 \cdot y = (n_1 - 1) \cdot x + (n_2 + 1) \cdot y + 1$

$\cancel{n_1 x} + \cancel{n_2 y} = \cancel{n_1 x} - x + \cancel{n_2 y} + y + 1$

$y - x + 1 = 0$

(2) $x = y + 1$: данные числа различаются между собой на единицу.

т.е. выбраны наименьшие $n_1, n_2 \in N$

Объединим (1) и (2) в систему: $\begin{cases} x + y = 599 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 600 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 299 \end{cases}$

Ответ: 300; 299.

Задача 5.

Арсений, студент выпускного курса экономического факультета одного из столичных вузов, решил подзаработать в свободное от занятий время на продаже газеты «Экономика для начинающих».

Недаром Арсений овладевал профессией экономиста четыре года: для выстраивания своей конкурентной стратегии на рынке печатной продукции он провел маркетинговое исследование и выяснил, что спрос на данную газету выражается линейной функцией. Кроме этого, Арсений узнал от своего конкурента по рынку – студента из параллельной группы Севы Вострецова, – что на ближайшем углу от института, если установить цену на газету 10 рублей и выше – ее совсем невозможно продать, а продать больше 40 газет в день, как бы ты ни изменял цену, не удается никак.

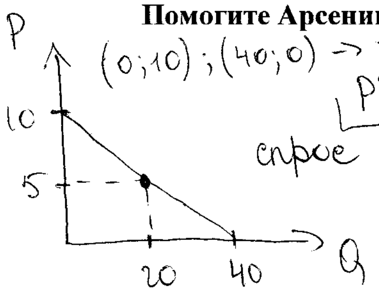
В типографии, где печатается газета, работает соседка Арсения по общежитию Катя, которая сказала, что даст ему в день под реализацию столько газет, сколько он попросит, за коробку конфет. А Сева – конкурент Арсения – обещал ему шесть рублей, если он вообще не появится на том углу с газетами.

Выяснив все это Арсений задумался: стоит ли ему начинать продажу газет; если да, то сколько газет попросить у Кати и по какой цене их продавать?

Помогите Арсению найти ответы на эти вопросы.

(0;10); (40;0) → точки, принадл. линейной ф-ции $P^d(Q)$

$\boxed{P^d = 10 - 0{,}25Q}$



спрос на углу

$TC_{явн.} = FC = P_{конфет}$ $TC = TC_{явн.} + TC_{неявн.}$

$TC_{неявн.} = 6$

Т.к. издержки Арсения на печать газеты фиксированы, то его цель: $TR \to max$

$TR(Q) = P^d(Q) \cdot Q = (10 - 0{,}25Q) \cdot Q$

$TR(Q) = 10Q - 0{,}25Q^2 \to \max\limits_{Q}$

$Q^* = \frac{10}{0{,}5} = 20$

Оптимальное решение: продавать $Q = 20$ по $P = 10 - \frac{20}{4} = 5$

$max\,TR(Q) = TR(20) = 5 \cdot 20 = 100$

$\Pi_{эк}(20) = TR(20) - TC = 100 - P_{конфет} - 6$ Рассматриваем экономическую прибыль Арсения: неявные издержки равны 6.

$max\,\Pi_{эк} = 94 - P_{конфет}$.

Печатать газеты будет выгодно пока $\Pi_{эк} \geq 0$ (при $\Pi_{эк} = 0$ нам безразлично)

Решение Арсения зависит от цены коробки конфет:

Если $P_{конфет} < 94$, то производим $Q = 20$ и продаем по $P = 5$

Если $P_{конфет} = 94$, то Арсению без разницы: продавать $Q = 20$ по $P = 5$ или взять 6 руб. от конкурента. При $P_{конфет} > 94$ не стоит начинать продажу, т.е. выбрать альтернативу и получить от неё $\Pi_{эк} = 0$

ЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

1978 1

65

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2016–2017
заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады ЭКОНОМИКА (10-11 класс)

Город, в котором проводится Олимпиада Москва

Дата 04. 03. 2017

****

Вариант 4

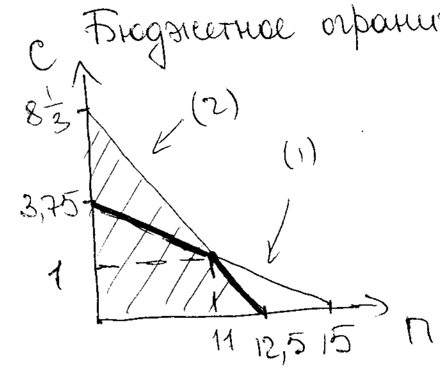
Задача 1.

В течение дня Алиса потребляет два вида еды: пирожки по цене 20 монет за штуку и салат по цене 80 монет за порцию. На покупку еды Алиса выделяет из своего бюджета 300 монет в день, но при этом, она следит за фигурой и не хочет потреблять больше 2500 калорий в день, а в каждом пирожке 200 калорий, в порции салата 300 калорий. (Примечание: салата можно есть несколько порций в день.)

1. **Сколько пирожков и порций салата необходимо покупать и потреблять в день, чтобы и деньги потратить и калорий не перебрать?**
2. **Известно, что повышение цен на пирожки на 1% приведет к снижению спроса индивида на 0,5%. Найдите вид индивидуальной функции спроса $Q_D = a - bP$, считая ее линейной вблизи точки равновесной цены 20**

1. $P_п = 20$, $P_c = 80$, $I = 300$

Бюджетное ограничение задается системой $\begin{cases} 20П + 80C = 300 \quad (1) \\ 300C + 200П \leq 2500 \quad (2) \end{cases}$



Кривой бюджетного ограничения является нижняя огибающая двух данных ~~пр~~ прямых (ограничений)

Найдем точку перелома Б.О: ((1) домножим на 10)

$\begin{cases} 200П + 800C = 3000 \\ 300C + 200П = 2500 \end{cases}$

$3000 - 800C = 2500 - 300C$

$500 = 500C$

$C = 1 \Rightarrow П = 11$

~~Все деньги~~ Одновременно будут потрачены все деньги и не перебраны калории

В точке (11;1), т.е. необходимо потреблять 1 салат и 11 пирожков

пересечение ограничений

см. доп. лист.

Ответ: 1 салат, 11 пирожков

Задача 2.

В Австрии и Германии производятся аналогичные национальные женские костюмы Дирндли, которые продаются на внутренних рынках этих стран. Спрос и предложение в Австрии на костюмы заданы функциями: $Q_D = 600 - P$ и $Q_S = -300 + 2P$. Спрос и предложение в Германии на этот товар заданы функциями: $Q_D = 400 - P$ и

Q_S=-200+2P, где Q – количество костюмов в штуках, P – цена в евро.

Определите:

1. Какие цены и объемы продаж установятся в этих странах, если бы рынки этих стран были изолированы?

2. В случае объединения рынков этих стран, и при условии отсутствия транспортных расходов на доставку товара, какие цены и объемы продаж будут в обеих странах? При этом из какой страны в какую и в каком количестве пойдут потоки товаров?

3. Предположим, транспортные расходы при перевозке товара из одной страны в другую составляют 40 евро за один костюм. Каким станет товарный поток из одной страны в другую?

4. Какой должна быть величина транспортных расходов, чтобы товарный поток составил 80 единиц?

5. Какая величина транспортных расходов обнулит поток импорта?

Австрия: $Q^D_A = 600-P$, $P\in[0;600]$
$Q^S_A = 2P-300$, $P\geq150$

Германия: $Q^D_Г = 400-P$, $P\in[0;400]$
$Q^S_Г = 2P-200$, $P\geq100$

1. Условие равновесия: $Q^D = Q^S$

Австрия: $600-P^E = 2P^E-300$
$900 = 3P^E$
$\boxed{P^E_A=300,\ Q^E_A=300}$

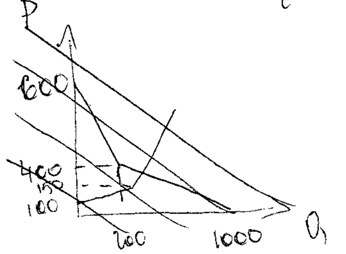
Германия: $400-P^E = 2P^E-200$
$600=3P^E$
$\boxed{P^E_Г=200,\ Q^E_Г=200}$

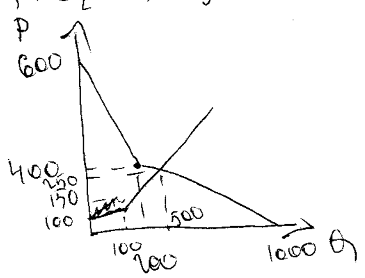
Ответ: $P^E_A = Q^E_A = 300$
$P^E_Г = Q^E_Г = 200$

2. Объединим рынки двух стран. Для этого требуется сложить ф-ции спроса двух стран и предложения двух стран.

$Q^D_{общ} = \begin{cases}1000-2P, & P\in[0;400]\\ 600-P, & P\in[400;600]\end{cases}$

$Q^S_{общ} = \begin{cases}2P-200, & P\in[100;150]\\ 4P-500, & P\geq150\end{cases}$





$4P^E-500 = 1000-2P^E$
$6P^E = 1500$
$P^E = 250$
$Q^E = 500$

Рассмотрим, сколько производят и потребляют страны при P=250

	А	Г
Произв.(Q^S)	200	300
Потреб.(Q^D)	350	150

$Ex_Г = Im_A = Q^S_Г - Q^D_Г = Q^D_A - Q^S_A = 150$

Значит, из Германии в Австрию будет отправлено 150 ~~товар~~ единиц товара.

См. доп. лист

Задача 3.

Долларовый мультимиллионер Артемидов ищет управляющего для своего нового пятизвёздочного отеля. Для привлечения внимания к данному бизнес-проекту отбор происходит в формате телевизионного реалити-шоу "Топ-менеджер", где кандидаты проходят различные испытания, по итогам которых кто-то выбывает из дальнейшего конкурса. В соответствии с правилами шоу, имя очередного выбывающего участника называет победитель последнего испытания. Когда же участников остаётся только двое, все выбывшие участники общим голосованием выбирают победителя.

В. О. П. Н.

На данный момент в шоу осталось четыре кандидата: Василий, Олег, Павел и Наталья. Предыдущее испытание выиграл Олег. Он должен принять решение о том, кого из соперников объявить выбывшим. При этом ему известно следующее (допустим, что эта информация **достоверна** и известна **всем** конкурсантам, а влияние случайных факторов на исход испытаний **пренебрежимо мало**):

I. Последнее предстоящее им испытание будет связано с маркетингом и рекламой. Насколько конкурсанты успели узнать друг друга, их способности в данной сфере по условной десятибалльной шкале можно оценить следующим образом:

Василий: 10
Олег: 6
Павел: 4
Наталья: 3

II. На текущий момент голоса выбывших участников проекта распределены следующим образом:

За Олега: 2
За Наталью: 7
За Василия: 2
За Павла: 2

III. Исход последнего испытания не окажет влияния на предпочтения выбывших участников.

IV. В случае, если кто-либо выбывает из конкурса, он сам и его нынешние сторонники в финале голосуют против того, кто принимал решение о его выбытии (и, соответственно, за его оппонента). В случае, если принимавший решение о выбытии конкурсант также успел выбыть, их решение непредсказуемо.

V. Возможные варианты развития событий, известные одному участнику, известны и всем другим участникам.

VI. Если победителю последнего испытания безразлично, кого исключать, он исключит лицо противоположного пола.

Определите:

1. Какое решение должен принять на данном этапе Олег как рациональный субъект (то есть кто из его соперников не встретится с ним в последнем испытании)?

2. Есть ли у Василия возможность победить и занять должность управляющего, если Олег не исключит его на данном этапе? Если да, то каким образом?

Ответы обоснуйте.

1. Олег стоит перед следующим выбором:

	способности	голоса
Василий	10	2
Павел	4	2
Наталья	3	7
Олег	6	2

для удобства сравнения

Если Олег исключит Павла, то последнее испытание выиграет Василий. Выбор Василия:

	голоса
Олег	~~3~~2 (3-против)
Наталья	7

(голос Н+7)

Если Василий исключает Н., то против него будет как минимум 8 голосов, за него - 2; за Олега 2, против Олега 3 (за искл. Павла). Значит, за Олега голосуют 10 (2+8 против В), а за Василия 5 (2+3 против О.) => ~~Олег~~ выигрывает.

Если В. исключает Олега, то против него будет 3 голоса, за - 2 голоса ← переходят за Наталью 7 голосов.

Итог: за Н. → 10 голосов; за В. → 3 голоса + 3 непредсказуемых => В. проигрывает.

Значит, В. безразлично, кого исключать. Согласно п. 6 условия в таком случае будет исключена Н., а значит, Олег выиграет.

Ответ: исключить Павла

Задача 4.

В государстве Заморские острова в результате денежной реформы остались в обращении денежные знаки только двух различных номиналов, которые являются натуральными числами, большими двух. Оказалось, что товар стоимостью в 597 франтов можно оплатить лишь беря сдачу, а любой товар стоимостью в целое число франтов, большее 598, можно оплатить без сдачи. **Найдите номиналы оставшихся после реформы денежных знаков.**

Пусть $x\in N>2$, $y\in N>2$ – номиналы оставшихся ден. знаков.

~~597 : 3~~ => $x \not\vdots\, 3$, $y \not\vdots\, 3$ ~~=> x≥4; y≥4~~

~~597 : 199~~ $x \not\vdots\, 199$, $y \not\vdots\, 199$, иначе мы можем оплатить без сдачи, т.е. 597 делится на x или y без остатка

$\begin{cases} x\neq3;\ y\neq3 \\ x\neq199;\ y\neq199\end{cases}$

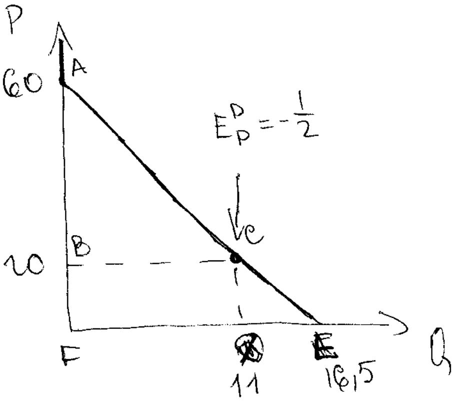
598 = 23·13·2

Любое число, принадлежащее {599; 600; 601; ...} делимо на $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y$, где $n_1, n_2 \in N$

Чистовик №1

$\boxed{\text{Задача 1}}$ 2. $E_P^D = \frac{\Delta Q^D,\%}{\Delta P,\%} = \frac{-0,5\%}{1\%} = -\frac{1}{2}$. ~~$Q^D = a - bP$~~ ~~$P^D = a - bQ$~~

E_P^D при цене, равной 20, равна $-\frac{1}{2}$.



$\Delta ABC \sim \Delta CDE$ по 2м углам

$\begin{cases} \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2} \\ CD = 20 \end{cases} \Leftrightarrow AB = 40$, значит $a - 60b = 0$

Известно, что в равновесии $P = 20$, $Q = 11$

$11 = a - 20b$

~~$\begin{cases} a - 60b = 0 \\ a - 20b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 60b = 0 \\ 3a - 60b = 33 \end{cases} \Leftrightarrow$~~

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 33 \\ a - 60b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8,25 \\ 8,25 - 60b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$~~

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 8,25 \\ b = 0,1375 \end{cases}$~~

$\frac{FD}{DE} = 2 \Rightarrow FE = DE \cdot 3$

~~$DE = \frac{3}{2}$~~

$FE = \frac{3}{2} FD$

$FE = \frac{3}{2} \cdot 11 = 16,5$

Выведем Q^D через две точки линейной ф-ции:

~~(0;60) (16,5;0)~~

~~$\begin{cases} a - 0 \cdot b = 60 \\ a - 16,5b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 60 \\ b = \frac{60}{16,5} = \frac{40}{11} \end{cases}$~~ ~~$Q^D = 60 - \frac{40}{11}P$~~

(60;0) (0;16,5)

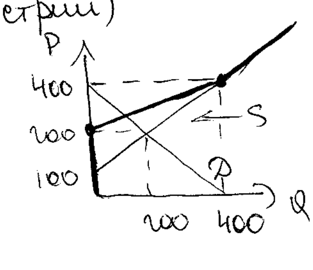
$\begin{cases} a - 60b = 0 \\ a = 16,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16,5 \\ 16,5 = 60b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16,5 \\ b = 0,275 \end{cases}$

Значит, Q^D имеет вид

Ответ:

$Q^D = \begin{cases} 16,5 - 0,275P, P \in [0;60] \\ 0, P > 60 \end{cases}$

$\boxed{\text{Задача 2}}$ Запишем функции экспорта (для Германии) импорта (для Австрии)



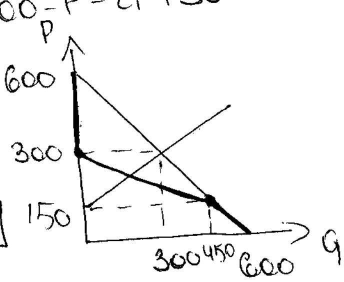
$Ex_Г = Q_Г^S - Q_Г^D = (2P - 200) - (400 - P) = 2P - 200 + 400 + P = 3P - 600$

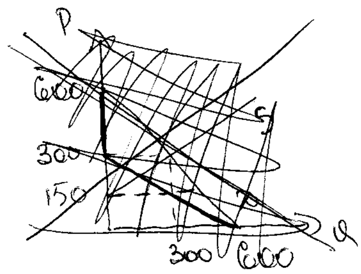
$Ex_Г(P) = \begin{cases} 0, P \le 200 \\ 3P - 600, P \in [200;400] \\ 2P - 200, P \ge 400 \end{cases}$

$Im_A = Q_A^D - Q_A^S = (600 - P) - (2P - 300) = 600 - P - 2P + 300 = 900 - 3P$

~~$Im_A(P) = \begin{cases} 900 - 3P, P \in [0;300] \\ 0, P > 300 \end{cases}$~~

$Im_A(P) = \begin{cases} 0, P > 300 \\ 900 - 3P, P \in [150;300] \\ 600 - P, P \in [0;150] \end{cases}$





3. Издержки на транспортировку костюма ↑ на 40

$$Ex_Г = \begin{cases} 0 & P < \cancel{200}\ 240 \\ 3(P-40)-600, & P \in [240; 400] \\ 2(P-40)-200, & P \geq 400 \end{cases}$$

$3(P-40)-600=0$

$3P-720=0$

$P=240$

До $P=240$ $Ex=0$

$$Im_A = \begin{cases} 600-P, & P \in [0;150] \\ 900-3P, & P \in [150;300] \\ 0, & P > 300 \end{cases}$$

$\boxed{Ex_Г = Im_A}$

$3P-720=900-3P$

$6P^E=1620$

$P^E=270 \in [240;300] \Rightarrow$ удовл. ограничениям

$Ex_Г = Im_A = 900-3\cdot 270 = 90.$ Ответ: 90

4. Заметим, что $Ex_Г = Im_A \neq 0$ возможно только при $P \in [240;300]$, тогда мы исследуем только по одному куску графиков $Ex(P)$ и $Im(P)$, удовлетворяющему ограничению

Пусть x - новые издержки на транспортировку

Тогда $3(P-x)-600 = \underbrace{900-3P=80}$,

$\Downarrow$

$P=\frac{820}{3}$ Подставим в $Ex_Г$: $3\left(\frac{820}{3}-x\right)-600=80$

~~$820-3x-600=80$~~

~~$300-3x=0$~~

~~$x=100$~~

$220-3x=80$

$3x=140$

$x=\frac{140}{3}$

Ответ: $\frac{140}{3}$

5. Пусть y - искомая величина транспортных расходов

$3(P-y)-600 = \underbrace{900-3P=0}$,

$\Downarrow$

$P=300$

$900-3y-600=0$

$300-3y=0$

$y=100$

Ответ: 100

Чистовик №2

2. из пункта 1 мы вынесли, что при исключении Павла Василий не будет иметь шансов на выигрыш.

Значит, рассматриваем тот случай, когда исключена Н.:

• Победителем последнего конкурса становится В.:

его выбор:

	голоса
Павел	2
Олег	2
Василий	2

добавлено для удобства сравнения

Если В. исключит П., то Олег будет иметь: 2 голоса за него
7 голосов против от исключенной им Н.
~~3 голоса против от~~

В. будет иметь 2 голоса за него
3 голоса против от исключённого П.

Отсюда: за В. 2+7 = 9 голосов
за О. 2+3 = 5 голосов ⇒

⇒ Василий выигрывает.

Ответ: такая возможность есть.