



1 2737

69

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ
2016–2017**

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады **ФИЗИКА (11 КЛАСС)**

Город, в котором проводится Олимпиада Москва

Дата 05.03.2017

Вариант 2

(Во всех задачах по умолчанию считать $g=10\text{м/с}^2$)

ЗАДАЧА № 1.

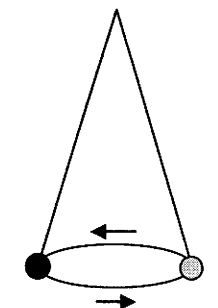
К противоположным стенам комнаты (шириной $L=4\text{м}$) прикрепили на одном уровне концы легкого резинового троса такой же длины L . Затем к середине троса подвесили груз и аккуратно отпустили. В итоге груз «просел» на «глубину» $h=1,5\text{м}$ относительно исходного уровня. Определить период малых вертикальных колебаний груза около этого положения.

ЗАДАЧА № 2.

На снегу стоят санки (без спинки) массой $M=10\text{кг}$. На них лежит коробка массой $m=5\text{кг}$. Коэффициент трения санок о снег $\mu_1=0,1$. Санки тянут с горизонтальной силой F , которую постепенно увеличивают. Когда она достигает значения $F^*=120\text{Н}$, коробка начинает соскальзывать с санок назад и падает на снег. Найти коэффициент трения (μ_2) санок о коробку.

ЗАДАЧА № 3.

Пружина жесткостью $k=40\text{Н/м}$ имеет длину в ненапряженном состоянии $L_0=2\text{м}$. На ней к потолку подвесили груз массой $m=2\text{кг}$ и раскрутили его в горизонтальной плоскости так, что он начал ходить по кругу, а пружина – описывать коническую поверхность (см. рисунок). Чему будет равен период (T) обращения груза в самом конце процесса, когда его движение почти затухнет и угол пружины с вертикалью станет исчезающе малым?



ЗАДАЧА № 4.

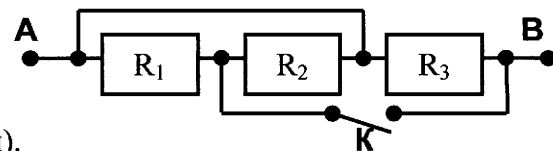
В кислородном баллоне объемом $V_1=5$ л давление газа $P_1=28$ атмосфер. Он стоит на складе, где поддерживается температура $T_0=+7^\circ\text{C}$. Туда принесли еще 2 баллона: один из цеха (его параметры $V_2=15$ л, $P_2=100$ ат, $T_2=+27^\circ\text{C}$), а другой с улицы ($V_3=10$ л, $P_3=52$ ат, $T_3=-13^\circ\text{C}$). Все 3 баллона соединили короткими шлангами и открыли вентили, сделав их объемы сообщающимися. Найти общее давление и температуру в баллонах сразу после перемешивания, считая, что теплообмен с атмосферой еще не начался. Какое давление установится после теплообмена с атмосферой?

ЗАДАЧА № 5

В гладкостенной трубе два поршня массами m_1 и m_2 сближаются, двигаясь в одну сторону. Между поршнями находится один моль идеального газа. За поршнями – вакуум. В некоторый момент скорости поршней равны, соответственно, V_1 и V_2 при температуре газа T_0 . Найти температуру газа (T_{max}) и скорости поршней в момент их максимального сближения. Газовый процесс считать адиабатическим.

ЗАДАЧА № 6.

- 1) Найти сопротивление (R_{AB}) между точками «А» и «В» в схеме, изображенной на рисунке.
- 2) Каким станет сопротивление (R_{AB+}) между точками «А» и «В», если в схеме на приведенном рисунке ключ К замкнуть? $R_1=100$ (Ом), $R_2=20$ (Ом), $R_3=25$ (Ом).
- 3) Какой ток (I_K) потечет через ключ К, если напряжение между точками «А» и «В» $U_{AB} = 150$ В?



ЗАДАЧА № 7.

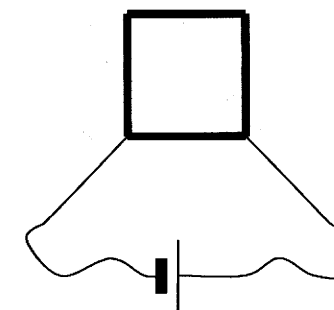
«Сэндвич» состоит из четырех одинаковых тонких металлических пластин А, В, С и D (черные полоски на рисунке), проложенных листами тонкой бумаги с диэлектрической проницаемостью ϵ (серые полоски на рисунке) и плотно прижатых друг к другу. Площадь каждой пластины и бумажной прокладки равна S , толщина бумаги d (причем $d^2 \ll S$).

- а) Какова емкость (C_{BC}) между пластинами В и С в исходном состоянии, когда все пластины свободны (изолированы друг от друга)?
- б) Какой станет емкость (C_{BC}^*) между пластинами В и С, если пластины А и D соединить между собой тонким металлическим проводом?



Задача № 8

Из проволоки сделан плоский каркас в виде квадрата со стороной L . К соседним вершинам при помощи длинных прямых проводов, направленных в центр каркаса, подведен источник постоянного тока с ЭДС $= \epsilon$. Определить величину вектора индукции магнитного поля в центре квадрата, если электрическое сопротивление каждой из его сторон равно R . Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



③ $k = 40 \text{ Н/м}$
 $L_0 = 2 \text{ м}$
 $m = 2 \text{ кг}$
 $T = ?$



$\varphi \rightarrow 0$ Потенциал упругости пружины ΔX .

$\Delta X = L - L_0$; L - длина пружины в направлении к центру.

Учт. II зм: $k \Delta X = mg$; $kL - kL_0 = mg$

$kL = mg + kL_0$

$L = \frac{mg}{k} + L_0$; $L = 0,5 + 2 = 2,5 \text{ м}$

$\Delta X = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ м}$

Пусть радиус круга R , тогда $\sin \varphi = \varphi = \frac{R}{L}$

Учт. II зм: $ma = k \Delta X \sin \varphi$ (на ось, направленную к центру круга горизонтально) $a = \omega^2 R$ (при движении по окружности)

$m \omega^2 R = k \Delta X \frac{R}{L}$; $\omega^2 = \frac{k \Delta X}{mL}$; $\omega = \sqrt{\frac{k \Delta X}{mL}}$

Подставим ΔX и L

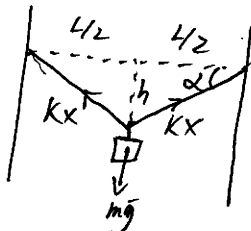
$\omega = \sqrt{\frac{k \cdot \frac{mg}{k}}{m \cdot \frac{mg}{k} + L_0}} = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \frac{mg}{mg + kL_0}} = \sqrt{\frac{kg}{mg + kL_0}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mg + kL_0}{kg}}$

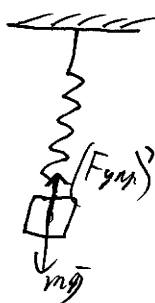
$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10 + 40 \cdot 2}{40 \cdot 10}} = 6,28 \cdot \frac{1}{20} \sqrt{100} = 3,14 = \pi$

Ответ: $T \approx 3,14 \text{ с}$.

① $L = 4 \text{ м}$
 $h = 1,5 \text{ м}$
 $T = ?$



(=)



Колеса в каждой точке будут складываться колесами пружины с соответствующими параметрами.

$\sin \varphi = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{L^2}{4}}} = \frac{1,5}{2,5} = \frac{3}{5}$

$S = \sqrt{h^2 + \frac{L^2}{4}} = 2,5 \text{ м}$; $X = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ м}$.

Пусть коэф. упругости пружин k . Длина растянутого пружин S , тогда удлинение $S - L/2 = X$.

Учт. II зм: $mg = 2kX \sin \varphi$ (в нижней точке, когда $v=0, a=0$)
 Подставим числа: $10 \text{ м} = 2k \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$; $k = \frac{50 \text{ м}}{3}$.

~~Для пружин с пружинной: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. Подставим k .~~

~~$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot 3}{50 \text{ м}}} = 2\pi \sqrt{\frac{3}{50}} = \frac{2\pi}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} \approx \frac{2 \cdot 3,14}{5} \cdot 1,224 \approx 1,54 \text{ с}$.~~

~~Ответ: $T = 1,54 \text{ с}$.~~

решение

(1 шаг) $\varphi \rightarrow 0$ математика

При малых колебаниях: $y = x \sin \varphi$
 Пусть масс пружин на y , а удлинение пружины x , тогда по II ЗН: $ma = mg - 2kx \sin \varphi$; при малых колебаниях $\sin \varphi \sim \varphi$; $\sin \varphi = \frac{y}{x}$; $a = \ddot{y}$ (второй производная от координаты)

$$m\ddot{y} = mg - 2kx \cdot \frac{y}{x}; \quad m\ddot{y} = mg - 2ky; \quad \ddot{y} = g - \frac{2ky}{m}$$

$$(\ddot{x} = -\omega_0^2 x) \Rightarrow$$

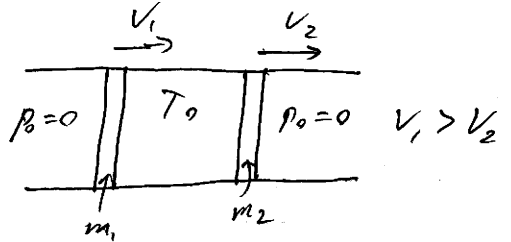
$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}}. \quad \text{Параметры } k = \frac{50 \text{ Н}}{3}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot 3}{2 \cdot 50 \text{ Н}}} = 2\pi \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{2\pi}{10} \sqrt{3} = \frac{\pi}{5} \sqrt{3} \approx$$

$$\approx \frac{3,14}{5} \cdot 1,73 \approx 1,08 \text{ с.}$$

Ответ: $T \approx 1,08 \text{ с.}$

⑤ $\nu = 1$ Это первая половина термодинамики $Q = \Delta U + A'$, процесс адиабатический,
 m_1, m_2, V_1, V_2, T_0
 $\Rightarrow Q = 0; \Delta U + A' = 0; A' = -\Delta U$, процесс сжимающийся, $\Rightarrow \Delta V < 0$,
 $A' < 0. A' = \Delta U; p \Delta V = \frac{3}{2} R \Delta T_0$.
 За время Δt поршни сдвинулись на $(V_1 - V_2) \Delta t$, масса газа изменилась Δm
 $\Delta t (V_1 - V_2)$, где S - площадь поршня.



$$p S (V_1 - V_2) \Delta t = \frac{3}{2} R \Delta T_0$$

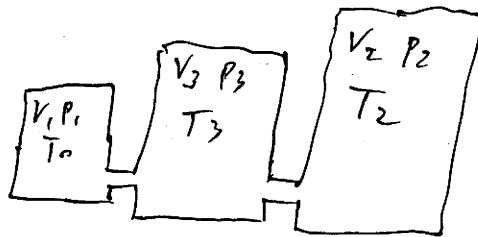
В с.о. второго поршня: первый приближается со скоростью $V_1 - V_2$, а второй покоится. В момент максимального сжатия поршни не сдвинулись, поэтому $V_1' = V_2'$. Найдём V_1' по II ЗН: $m_1 a = p S; m_1 (V_1' - V_1 + V_2) = \frac{3 R T_0}{2 (V_1 - V_2) \Delta t}$

$$m_1 V_1' - m_1 V_1 + m_1 V_2 = \frac{3 R T_0}{2 (V_1 - V_2)}; \quad m_1 V_1' = \frac{3 R T_0}{2 (V_1 - V_2)} + m_1 V_1 - m_1 V_2$$

$$V_1' = \frac{3 R T_0}{2 (V_1 - V_2) m_1} + V_1 - V_2;$$

3

④ $V_1 = 5 \text{ л}$
 $P_1 = 28 \text{ атм}$
 $T_0 = 280 \text{ К}$
 $V_2 = 15 \text{ л}$
 $P_2 = 100 \text{ атм}$
 $T_2 = 300 \text{ К}$
 $V_3 = 10 \text{ л}$
 $P_3 = 52 \text{ атм}$
 $T_3 = 260 \text{ К}$



Коллекция мембран
 Круглая кол-во мембран
 & коллегам сообщаем:
 То ур-но Мембран-
 Клапанов:

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_0; \nu_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_0}$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2; \nu_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2}$$

$$P_3 V_3 = \nu_3 R T_3$$

$$\nu_3 = \frac{P_3 V_3}{R T_3}$$

2) Круглая другая мембраны сразу после
 перемены. То закон сохранения энергии
 эквивалент:

$$\frac{5}{2} \nu_1 R T_0 + \frac{5}{2} \nu_2 R T_2 + \frac{5}{2} \nu_3 R T_3 = \frac{5}{2} (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3) R T$$

$$\nu_1 T_0 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3) T$$

$$T = \frac{\nu_1 T_0 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}$$

$$T = \frac{\frac{P_1 V_1}{R} + \frac{P_2 V_2}{R} + \frac{P_3 V_3}{R}}{\frac{P_1 V_1}{R T_0} + \frac{P_2 V_2}{R T_2} + \frac{P_3 V_3}{R T_3}} = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3}{\frac{1}{R} \left(\frac{P_1 V_1}{T_0} + \frac{P_2 V_2}{T_2} + \frac{P_3 V_3}{T_3} \right)}$$

$$= \frac{(P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3)}{\frac{P_1 V_1}{T_0} + \frac{P_2 V_2}{T_2} + \frac{P_3 V_3}{T_3}}$$

$$T = \frac{28 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 100 \cdot 10^5 \cdot 15 \cdot 10^{-3} + 52 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{\frac{28 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{280} + \frac{100 \cdot 10^5 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{300} + \frac{52 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{260}}$$

$$= \frac{140 \cdot 10^2 + 1500 \cdot 10^2 + 52 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^2 + 0,2 \cdot 10^3} = \frac{2160 \cdot 10^2}{2,5 \cdot 10^2} \approx 288 \text{ К}$$

1) Когда данные соединены, их общий объем $V_0 = V_1 + V_2 + V_3$, тогда

$$P_0 V_0 = \nu_0 R T; P_0 = \frac{(\nu_1 + \nu_2 + \nu_3) R T}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\frac{P_1 V_1}{T_0} T + \frac{P_2 V_2}{T_2} T + \frac{P_3 V_3}{T_3} T}{V_1 + V_2 + V_3}$$

$$= \frac{T \left(\frac{P_1 V_1}{T_0} + \frac{P_2 V_2}{T_2} + \frac{P_3 V_3}{T_3} \right)}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\left(\frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3}{\frac{P_1 V_1}{T_0} + \frac{P_2 V_2}{T_2} + \frac{P_3 V_3}{T_3}} \right) \left(\frac{P_1 V_1}{T_0} + \frac{P_2 V_2}{T_2} + \frac{P_3 V_3}{T_3} \right)}{(V_1 + V_2 + V_3)}$$

$$= \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3}; P_0 = \frac{140 \cdot 10^2 + 1500 \cdot 10^2 + 520 \cdot 10^2}{(5 + 15 + 10) \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \frac{2160 \cdot 10^2}{30 \cdot 10^{-3}} = \frac{2160}{300} \cdot 10^5 = 72 \cdot 10^5 = 72 \text{ атм.}$$

3) После смешивания с аммиаком, все температуры станут равными T_0 , тогда

$$p(V_1 + V_2 + V_3) = (p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3) R T_0.$$

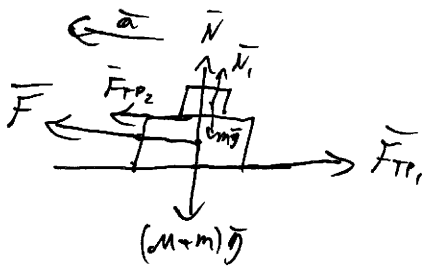
$$p = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3) R T_0}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + \frac{p_3 V_3}{T_3}}{\frac{V_1 + V_2 + V_3}{T_0}}$$

$$p = \frac{140 \cdot 10^2 + \frac{1500 \cdot 10^2 \cdot 280}{300} + \frac{520 \cdot 10^2 \cdot 280}{280}}{30 \cdot 10^{-3}}$$

$$= \frac{140 \cdot 10^2 + 1400 \cdot 10^2 + 560 \cdot 10^2}{30 \cdot 10^{-3}} = \frac{2100 \cdot 10^2}{30 \cdot 10^{-3}} = 70 \cdot 10^5 = 70 \text{ атм.}$$

- Ответ: 1) 72 атм
2) ~~288 К~~ 288 К.
3) 70 атм

- ② $M = 10 \text{ кг}$
 $m = 5 \text{ кг}$
 $\mu_1 = 0,1$
 $F = 120 \text{ Н}$
 $\mu_2 = ?$



Укажите на рисунке все силы, действующие на тела.

По II ЗН:

$$(1) (M+m)a = F - \mu_1 (M+m)g$$

$$F_{TP1} = \mu_1 N = \mu_1 (M+m)g \quad (2) \mu_2 a = \mu_2 N_2 g; \mu_2 = \frac{a}{g}$$

$$F_{TP2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 mg$$

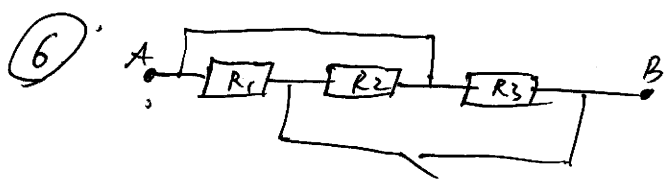
Коробка держится на санках только

за счет трения саней и движется с тем же ускорением, если возникает трение саней, то ускорение коробки будет равно ускорению саней.

$$\mu_2 (1): a = \frac{F}{M+m} - \mu_1 g; \quad \mu_2 (2): \mu_2 = \frac{\frac{F}{M+m} - \mu_1 g}{g} = \frac{F}{g(M+m)} - \mu_1$$

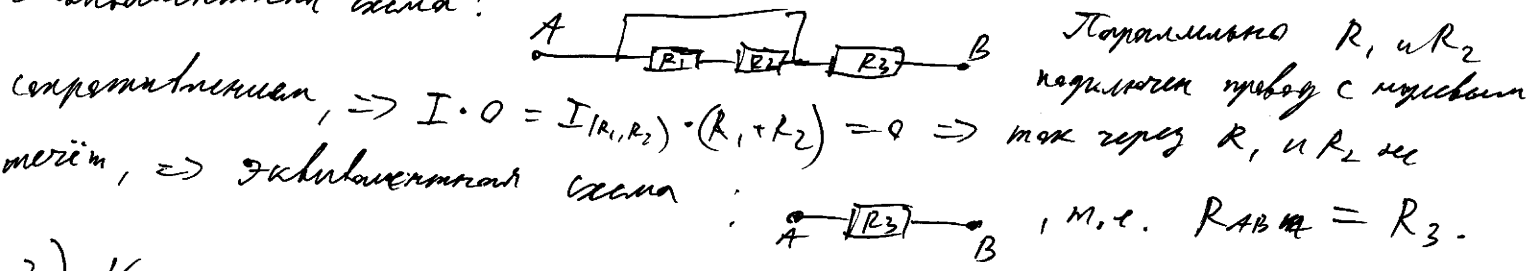
$$\mu_2 = \frac{120}{10 \cdot 15} - 0,1 = 0,8 - 0,1 = 0,7$$

Ответ: 0,7.

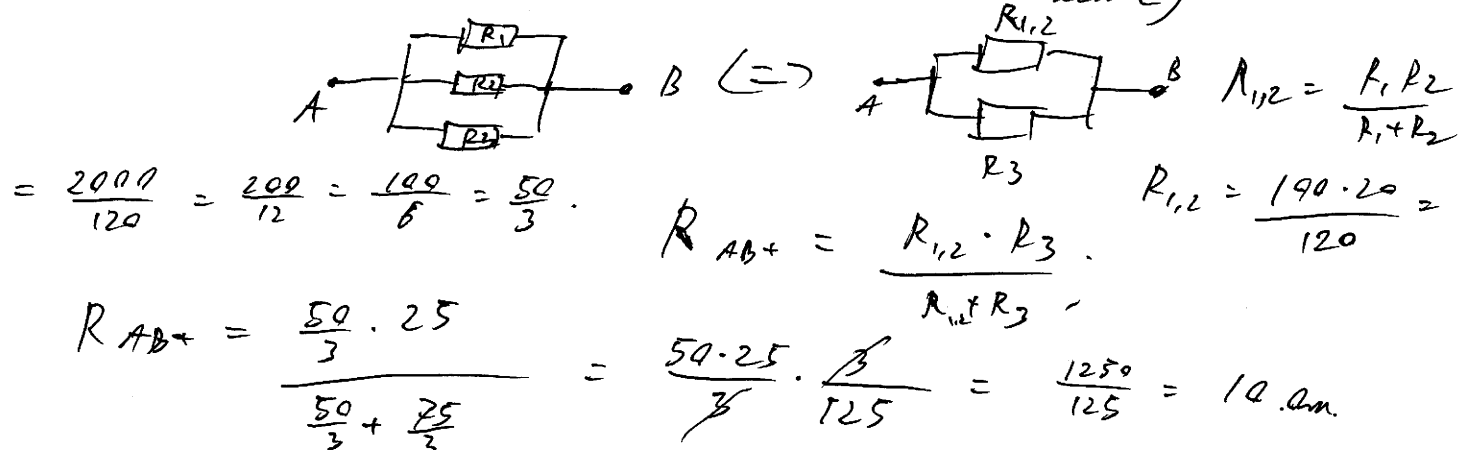


- 1) $R_{AB} - ?$ (математика)
 2) $R_{AB+} - ?$ ($R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом}; R_3 = 25 \text{ Ом}$)
 3) $I_K - ?$ ($U_{AB} = 150 \text{ В}$)

1) Когда ключ разомкнут, можно считать, что провод между R_1 и точкой B (там, где находится ключ) является соединителем, т.е. эквивалентная схема:



2) Когда ключ замкнут, то R_1, R_2, R_3 подключены параллельно (дефигурируя провод, перейдем к эквивалентной схеме)

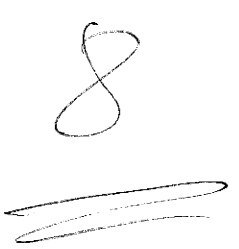


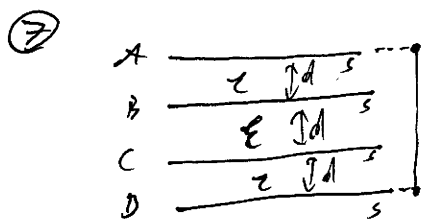
3) $U_{AB} = 150 \text{ В}; R_{AB+} = 10 \text{ Ом}; \Rightarrow I_0 = 15 \text{ А}$.

Резисторы подключены параллельно, \Rightarrow ток течет обратно пропорционально их сопротивлению, $I_1 = \frac{100}{145} I_0 = 10,3 \text{ А}$
 $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{5}; I_2 = 5I_1$
 $\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = 1,25$
 $I_2 = 1,25 I_3 = 5I_1$
 $I_3 = 4I_1$
 $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + 5I_1 + 4I_1; 19I_1 = 70$
 $I_1 = \frac{70}{19} = 3,68 \text{ А}; I_2 = 5 \cdot 3,68 = 18,4 \text{ А}; I_3 = 14,7 \text{ А}$

Ток через ключ K - это ток через резистор R_1 , т.е. $I_1 = 1,5 \text{ А}$.

- Ответ: 1) R_3
 2) 10 Ом
 3) $1,5 \text{ А}$.





а) $C_{BC} - ?$

а) $B \xrightarrow{+} S$ π.к., все пространство
 $C \xleftarrow{-} S$ заряжена, но максимум

A и D не влияют никак на э-то между B и C, поэтому можно их опустить. Две параллельные пластины

B и C с изолированными между ними - это конденсатор.

По формуле для емкости конденсатора: $C_{BC} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$.

б) Если соединить пластины A и D проводом, то их потенциалы будут равны. Потенциал пластин по правой поверхности равен сумме потенциалов от всех пластин. $\varphi_D = \varphi_A + \varphi_B + \varphi_C + \varphi_D = \varphi_A$.

$$\varphi = Ed; \quad \varphi_D = \frac{q_1 d}{\epsilon \epsilon_0 S} + \frac{q_2 d}{\epsilon \epsilon_0 S} + \frac{q_3 d}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{6 q d}{\epsilon \epsilon_0 S} = \varphi_A.$$

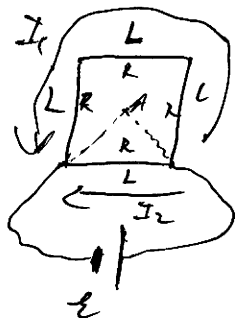
$$E = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \quad \varphi_C = \frac{3 q d}{\epsilon \epsilon_0 S}; \quad C = \frac{q}{\varphi_C} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{3 d}$$

Ответ: а) $\frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$.

б) $\frac{\epsilon \epsilon_0 S}{3 d}$.

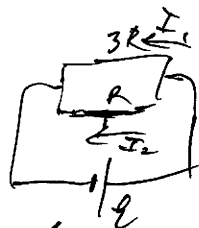
5

8



A - центр квадрата

R, L, L
 BA - ?



$$I_0 = \frac{\epsilon}{\frac{3R}{2}} = \frac{2\epsilon}{3R}$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{I_0}{2} = \frac{\epsilon}{3R}$$

Общие сопротивлении цепи $\frac{3}{2}R$, ток макс $\frac{2\epsilon}{3R}$.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

на произвольной окружности вектор магнитного поля складывается

векторно. $B_A = B_1 + B_2 + B_3 + B_4$; $\frac{4\epsilon}{3R} = 4I_1$; $I_1 = \frac{\epsilon}{3R}$; $I_2 = \frac{3\epsilon}{3R} = \frac{\epsilon}{R}$.

V - расстояние от проводника до точки.

$$B_A = \frac{\mu_0 \frac{\epsilon}{R}}{2\pi \frac{L}{2}} + \frac{\mu_0 \frac{\epsilon}{3R}}{2\pi \frac{L}{2}} + \frac{\mu_0 \frac{\epsilon}{3R}}{2\pi \frac{L}{2}} + \frac{\mu_0 \frac{\epsilon}{3R}}{2\pi \frac{L}{2}} = \frac{\epsilon}{R}$$

$$V = \frac{L}{2}$$

По правилу правой руки $B(I_2) \otimes$; $B(I_1) \otimes$; $B(I_2) \otimes$;

$B(I_3) \otimes$

$$B_A = \frac{3\mu_0 \frac{\epsilon}{3R}}{2\pi L} - \frac{\mu_0 \epsilon}{2\pi LR} = 0.$$

Ответ: 0

15

