

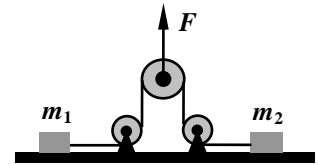


САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
Общеобразовательный предмет/ комплекс предметов: Физика  
2011-2012 учебный год

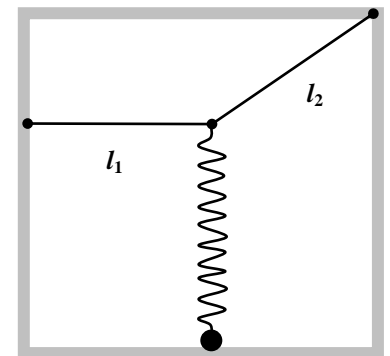
ВАРИАНТ № 3 (9 кл.)

№1. Грузы  $m_1 = 4\text{ кг}$  и  $m_2 = 1\text{ кг}$  лежат на шероховатом полу. Их коэффициенты трения о пол не одинаковы и равны, соответственно,  $\mu_1 = 1/8$  и  $\mu_2 = 1/2$ . Грузы связаны легким тросом через систему невесомых блоков (см. рисунок). Участки троса, не касающиеся блоков, занимают горизонтальное и, соответственно, вертикальное положение. Трение между тросом и блоками исключает их взаимное проскальзывание (т.е., блоки вращаются с соответствующими скоростями). В момент времени  $t_0 = 0$  на ось центрального блока начинает действовать вверх сила  $F = 18\text{ Н}$ .

На какую величину ( $x_1$ ) сократится начальная дистанция между грузами к моменту времени  $t_1 = 0,4\text{ с}$ ? На этот же момент определить скорость ( $V_0$ ) и ускорение ( $a_0$ ) подъема центрального блока, а также его угловую скорость ( $\omega_0$ ), угловое ускорение ( $\varepsilon_0$ ) и направление вращения вокруг своей оси (относительно часовой стрелки). Радиус верхнего блока  $R = 15\text{ см}$ .



№2. В комнате высотой  $H = 3\text{ м}$  и такой же шириной  $L = 3\text{ м}$  к противоположным стенам напротив друг друга подвесили 2 легких нерастяжимых троса длиной  $l_1 = 2,5\text{ м}$  и, соответственно,  $l_2 = 1,3\text{ м}$ . Причем 2-й трос подвесили под самым потолком, а 1-й несколько ниже. Свободные концы тросов связали друг с другом тонким узлом, к которому на очень жесткой легкой короткой пружине подвесили маленький груз массой  $m = 4,8\text{ кг}$ . При этом 1-й трос принял горизонтальное положение.



- Найти натяжение тросов ( $T_1$  и  $T_2$ ) при условии, что груз не коснулся пола.
- Найти натяжение тросов ( $T^*_1$  и  $T^*_2$ ) при условии, что пружину заменили на более мягкую, которая под весом груза растянулась до пола (см. рисунок), причем жесткость пружины  $K = 24\text{ Н/м}$ , а ее длина в ненапряженном состоянии  $l_0 = 30\text{ см}$ .
- С какой силой ( $N$ ) груз будет давить на пол в последнем случае.

№3. На гладком полу на некотором расстоянии друг от друга стоят 2 клина одинаковой высоты  $h = 96\text{ см}$  и массами  $M_1 = 5\text{ кг}$  и  $M_2 = 4\text{ кг}$ , соответственно. Их вогнутые наклонные поверхности обращены навстречу друг другу и обе по касательной выходят на плоскость пола. На вершине первого клина удерживается тележка массой  $m = 1\text{ кг}$ , которую в некоторый момент отпускают без толчка (см. рисунок). Найти скорость 1-го клина ( $V_1$ ) в момент, когда с него съедет тележка. Определить высоту ( $h^*$ ), на которую тележка поднимется по 2-му клину и скорость этого клина ( $V_2$ ) в момент, когда тележка с него съедет. Размерами тележки и трением пренебречь.



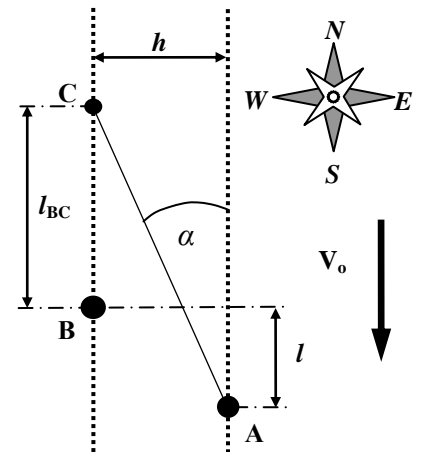
№4. Планета Нептун вращается вокруг Солнца по орбите, форма которой лишь незначительно отличается от окружности. Средний радиус орбиты Нептуна ( $R_H$ ) превосходит средний радиус земной ор-

биты вокруг Солнца ( $R_3$ ) примерно в 30 раз ( $R_H / R_3 \approx 30$ ). Оценить (в земных годах) период ( $T_H$ ) обращения Нептуна вокруг Солнца.

**№5.** На снегу стоят сани (без спинки) массой  $m_1 = 6$  кг. На них лежит ящик массой  $m_2 = 4$  кг. Какую минимальную горизонтальную силу ( $F_{\min}$ ) надо приложить к саням, чтобы выдернуть их из-под ящика? Коэффициенты трения саней о снег  $\mu_1 = 0,1$ , а ящика о сани  $\mu_2 = 1/2$ .

**№6.** В вагоне на столе стоит цилиндрический пластиковый стакан высотой  $H = 12$  см и массой  $M = 30$  г. Заполненный до краев стакан вмещает  $m = 240$  г воды. Вагон плавно трогается с места и начинает двигаться с нарастающим ускорением. При какой величине ускорения ( $a_0$ ) опрокинется полный стакан? При какой величине ускорения ( $a_{1/2}$ ) опрокинется стакан, заполненный водой наполовину? До какого уровня ( $h^*$ ) нужно заполнить стакан, чтобы его центр масс оказался на поверхности воды? Показать, что это самое низкое положение центра масс из всех возможных у стакана с водой и, следовательно, устойчивость его к опрокидыванию будет в этом случае максимальной. При какой величине ускорения ( $a^*$ ) такой стакан опрокинется. Считать, что поверхность воды в стакане всегда остается горизонтальной, а трение между столом и стаканом исключает возможность проскальзывания. Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Толщиной стенок стакана и массой его дна пренебречь.

**№7.** Город «А», расположен на экваторе. Из него нужно как можно быстрее перелететь на самолете в город «В», который относительно «А» расположен западнее на  $h = 300$  км и севернее на  $l = 160$  км. С севера ровно вдоль меридиана дует сильный ветер со скоростью  $V_0 = 28$  м/с (см. рис.). Для того, чтобы самолет пролетел по прямой «АВ» за минимальное время ( $T_{AB}$ ), пилот должен во время полета «выжимать» из самолета максимальную его скорость ( $V_{\max}$ ) и, при этом, поддерживать определенный угол между меридианом и корпусом самолета. При старте этот угол ( $\alpha$ ) задается направлением на некую точку «С» (см. рис.), расположенную на том же меридиане, что и город «В», но к северу от него на расстоянии  $l_{BC} = 560$  км. Найти максимальную скорость самолета ( $V_{\max}$ ), скорость самолета относительно земли при полете по прямой «АВ» ( $V_{AB}$ ) и время этого полета ( $T_{AB}$ ).





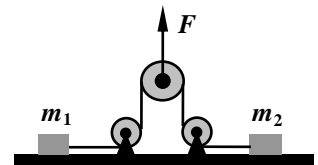
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Общеобразовательный предмет/ комплекс предметов: Физика  
2011-2012 учебный год

ВАРИАНТ № 4 (9 кл.)

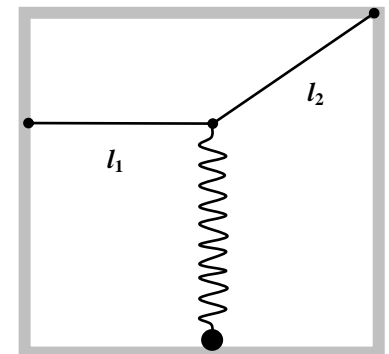
№1. Грузы  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 2$  кг лежат на шероховатом полу. Их коэффициенты трения о пол не одинаковы и равны, соответственно,  $\mu_1 = 1/2$  и  $\mu_2 = 1/4$ . Грузы связаны легким тросом через систему невесомых блоков (см. рисунок). Участки троса, не касающиеся блоков, занимают горизонтальное и, соответственно, вертикальное положение. Трение между тросом и блоками исключает их взаимное проскальзывание (т.е., блоки вращаются с соответствующими скоростями). В момент времени  $t_0 = 0$  на ось центрального блока начинает действовать вверх сила  $F = 12$  Н.

На какую величину ( $x_1$ ) сократится начальная дистанция между грузами к моменту времени  $t_1 = 0,4$  с? На этот же момент определить скорость ( $V_0$ ) и ускорение ( $a_0$ ) подъема центрального блока, а также его угловую скорость ( $\omega_0$ ), угловое ускорение ( $\varepsilon_0$ ) и направление вращения вокруг своей оси (относительно часовой стрелки). Радиус верхнего блока  $R = 10$  см.



№2. В комнате высотой  $H = 2,5$  м и шириной  $L = 3$  м к противоположным стенам напротив друг друга подвесили 2 легких нерастяжимых троса длиной  $l_1 = 1,5$  м и, соответственно,  $l_2 = 1,7$  м. Причем 2-й трос подвесили под самым потолком, а 1-й несколько ниже. Свободные концы тросов связали друг с другом тонким узлом, к которому на очень жесткой легкой короткой пружине подвесили маленький груз массой  $m = 7,5$  кг. При этом 1-й трос принял горизонтальное положение.

- Найти натяжение тросов ( $T_1$  и  $T_2$ ) при условии, что груз не коснулся пола.
- Найти натяжение тросов ( $T_1^*$  и  $T_2^*$ ) при условии, что пружину заменили на более мягкую, которая под весом груза растянулась до пола (см. рисунок), причем жесткость пружины  $K = 40$  Н/м, а ее длина в ненапряженном состоянии  $l_0 = 20$  см.
- С какой силой ( $N$ ) груз будет давить на пол в последнем случае.



№3. На гладком полу на некотором расстоянии друг от друга стоят 2 клина одинаковой высоты  $h = 60$  см и массами  $M_1 = 3$  кг и  $M_2 = 7$  кг, соответственно. Их вогнутые наклонные поверхности обращены навстречу друг другу и обе имеют плавный переход на плоскость пола. На вершине первого клина удерживается тележка массой  $m = 1$  кг, которую в некоторый момент отпускают без толчка (см. рисунок). Найти скорость 1-го клина ( $V_1$ ) в момент, когда с него съедет тележка. Определить высоту ( $h^*$ ), на которую тележка поднимется по 2-му клину и скорость этого клина ( $V_2$ ) в момент, когда тележка с него съедет. Размерами тележки и трением пренебречь.

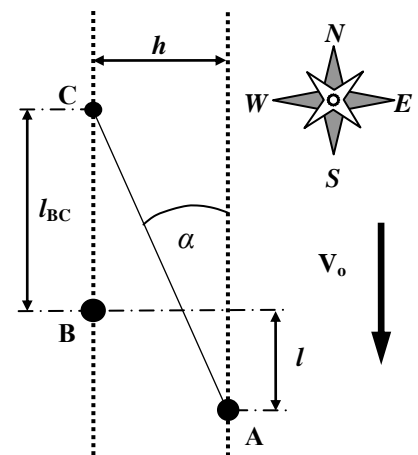


№4. Планета Сатурн вращается вокруг Солнца по орбите, форма которой лишь незначительно отличается от окружности. Средний радиус орбиты Сатурна ( $R_C$ ) превосходит средний радиус земной орбиты вокруг Солнца ( $R_3$ ) примерно в 10 раз ( $R_C / R_3 \approx 10$ ). Оценить (в земных годах) период ( $T_C$ ) обращения Сатурна вокруг Солнца.

№5. На снегу стоят сани массой  $m_1 = 8\text{ кг}$ . На них лежит ящик массой  $m_2 = 12\text{ кг}$ . Какую минимальную горизонтальную силу ( $F_{\min}$ ) надо приложить к ящику, чтобы сдвинуть его с саней? Коэффициенты трения саней о снег  $\mu_1 = 0,1$ , а ящика о сани  $\mu_2 = 1/2$ .

№6. В вагоне на столе стоит цилиндрический пластиковый стакан высотой  $H = 10\text{ см}$  и массой  $M = 10\text{ г}$ . Заполненный до краев стакан вмещает  $m = 150\text{ г}$  воды. Вагон плавно трогается с места и начинает двигаться с нарастающим ускорением. При какой величине ускорения ( $a_0$ ) опрокинется полный стакан? При какой величине ускорения ( $a_{1/2}$ ) опрокинется стакан, заполненный водой наполовину? До какого уровня ( $h^*$ ) нужно заполнить стакан, чтобы его центр масс оказался на поверхности воды? Показать, что это самое низкое положение центра масс из всех возможных у стакана с водой и, следовательно, устойчивость его к опрокидыванию будет в этом случае максимальной. При какой величине ускорения ( $a^*$ ) такой стакан опрокинется. Считать, что поверхность воды в стакане всегда остается горизонтальной, а трение между столом и стаканом исключает возможность проскальзывания. Плотность воды  $\rho = 1000\text{ кг/м}^3$ . Толщиной стенок стакана и массой его дна пренебречь.

№7. Город «А», расположен на экваторе. Из него нужно как можно быстрее перелететь на самолете в город «В», который относительно «А» расположен западнее на  $h = 160\text{ км}$  и севернее на  $l = 120\text{ км}$ . Максимальная скорость самолета  $V_{\max} = 51\text{ м/с}$ . С севера ровно вдоль меридиана дует сильный ветер. Для того, чтобы самолет пролетел по прямой «АВ» за минимальное время ( $T_{AB}$ ), пилот должен во время полета «выжимать» из самолета его максимальную скорость и, при этом, поддерживать определенный угол между меридианом и корпусом самолета. При старте этот угол ( $\alpha$ ) задается направлением на некую точку «С» (см. рис.), расположенную на том же меридиане, что и город «В», но к северу от него на расстоянии  $l_{BC} = 180\text{ км}$ . Найти скорость встречного ветра ( $V_0$ ), скорость самолета относительно земли при полете по прямой «АВ» ( $V_{AB}$ ) и время этого полета ( $T_{AB}$ ).



## КЛЮЧИ К ВАРИАНТАМ

### ВАРИАНТ № 3

**№1 (15 баллов).**

$$x_1=40\text{см}; \quad v_0 = (v_1+v_2)/2 = 1\text{м/с}; \quad a_0 = (a_1+a_2)/2 = 2,5\text{м/с}^2;$$
$$\omega_0 = (v_2 - v_1)/2R = 4 \text{ рад/с}; \quad \varepsilon_0 = (a_2 - a_1)/2R = 2 \text{ рад/с}^2; \quad \text{против часовой.}$$

**№2 (15 баллов).**

$$T_1 = 20\text{Н}; \quad T_2 = 52\text{Н}; \quad T^*_1 = 15\text{Н}; \quad T^*_2 = 39\text{Н}; \quad N = 12\text{Н.}$$

**№3 (16 баллов).**

$$V_1 = v_T m / M_1 = [2ghm^2 / M_1(m+M_1)]^{1/2} = 0,8\text{м/с};$$
$$h^* = (v_T)^2 M_2 / 2g(m+M_2) = 0,64\text{м};$$
$$V_2 = 2v_T m / (m+M_2) = 0,8\text{м/с.}$$

**№4 (8 баллов).**

$$T_H = T_3 \cdot (R_H / R_3)^{3/2} \approx 164 \text{ года.}$$

**№5 (15 баллов).**

$$F_{\min} > g \cdot (\mu_2 + \mu_1) \cdot (m_1 + m_2) = 60\text{Н.}$$

**№6 (16 баллов).**

$$a_0 = (gr/H_{\text{цм}}) = 4,2\text{м/с}^2; \quad a_{1/2} = 7,0\text{м/с}^2; \quad h^* = [(1 + m/M)^{1/2} - 1] \cdot HM/m = 3\text{см}; \quad a^* = 8,4\text{м/с}^2$$

**№7 (15 баллов).**

$$V_{\max} = V_0 \cdot 780/560 = 39 \text{ м/с}$$

$$V_{AB} = V_0 \cdot 340/560 = 17 \text{ м/с}$$

$$T_{AB} = 20000 \text{ с} = 333 \text{ мин} = 5,56 \text{ час.}$$

### ВАРИАНТ № 4

**№1 (15 баллов).**

$$x_1=12\text{см}; \quad v_0 = (v_1+v_2)/2 = 0,3\text{м/с}; \quad a_0 = (a_1+a_2)/2 = 0,75\text{м/с}^2;$$
$$\omega_0 = (v_2 - v_1)/2R = 2 \text{ рад/с}; \quad \varepsilon_0 = (a_2 - a_1)/2R = 5 \text{ рад/с}^2; \quad \text{по часовой.}$$

**№2 (15 баллов).**

$$T_1 = 140,6\text{Н}; \quad T_2 = 1594\text{Н}; \quad T^*_1 = 112,5\text{Н}; \quad T^*_2 = 127,5\text{Н}; \quad N = 15\text{Н.}$$

**№3 (16 баллов).**

$$V_1 = v_T m / M_1 = [2ghm^2 / M_1(m+M_1)]^{1/2} = 1\text{м/с};$$
$$h^* = (v_T)^2 M_2 / 2g(m+M_2) = 4,4\text{см};$$
$$V_2 = 2v_T m / (m+M_2) = 0,75\text{м/с.}$$

**№4 (8 баллов).**

$$T_C = T_3 \cdot (R_C / R_3)^{3/2} \approx 31,6 \text{ лет.}$$

**№5 (15 баллов).**

$$\text{При } (\mu_2/\mu_1) \geq (m_1 + m_2)/m_2 \text{ получаем: } F_{\min} > g \cdot (\mu_2 - \mu_1) \cdot (m_1 + m_2) \cdot m_2/m_1 = 120\text{Н.}$$

**№6 (16 баллов).**

$$a_0 = (gr/H_{\text{цм}}) = 4,37\text{м/с}^2; \quad a_{1/2} = 7,82\text{м/с}^2; \quad h^* = [(1 + m/M)^{1/2} - 1] \cdot HM/m = 2,0\text{см}; \quad a^* = 9,15\text{м/с}^2$$

**№7 (15 баллов).**

$$V_0 = V_{\max} \cdot 180/340 = 27 \text{ м/с}$$

$$V_{AB} = V_{\max} \cdot 240/340 = 36 \text{ м/с}$$

$$T_{AB} = 5555 \text{ с} = 92,6 \text{ мин} = 1,54 \text{ час.}$$