

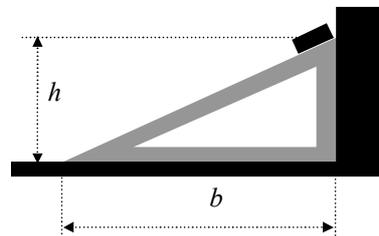
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Олимпиада школьников СПбГУ по физике  
Задания заключительного этапа  
2014/2015 учебный год**

ВАРИАНТ № 1 (9 класс)

ЗАДАЧА № 1

На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой  $h = 50\text{ см}$  и основанием  $b = 120\text{ см}$ . Масса клина  $M = 560\text{ г}$ . В верхней части на его наклонной поверхности удерживается кирпич длиной  $l = 25\text{ см}$  и массой  $m = 1,69\text{ кг}$ , также прижатый к стене (см. рисунок). Кирпич отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.



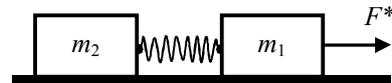
Определить силу давления клина на стену ( $N$ ) и пол ( $P$ ) во время спуска. Через сколько секунд ( $t$ ) после начала спуска кирпич коснется пола?

Решение

Длина наклонной плоскости  $L = 130\text{ см}$ , а угол ее наклона  $\varphi = \arcsin(5/13)$ . Кирпичу надо проехать путь  $s = L - l = 105\text{ см}$  с ускорением  $a_o = g \sin\varphi$ , на что уйдет время  $t = \sqrt{(2s/a_o)} = 0,74\text{ с}$ . При этом горизонтальная составляющая ускорения  $a_x = a_o \cos\varphi$  обеспечивается давлением стенки на кирпич через клин:  $N = ma_x = 6\text{ Н}$ . Вертикальная составляющая ускорения  $a_y = a_o \sin\varphi = g(\sin\varphi)^2$  обеспечивается земным притяжением, точнее, его частью в количестве  $F = ma_y = 2,5\text{ Н}$ . Оставшейся от  $mg$  частью кирпич вместе с клином давят на пол с силой  $P = (M + m)g - ma_y = 20\text{ Н}$ .

ЗАДАЧА № 2

На столе лежат два бруска, сцепленные пружиной (см. рисунок). Их массы  $m_1 = 200\text{ г}$  и  $m_2 = 300\text{ г}$ . Коэффициент трения между ними и столом  $\mu = 0,4$ . С какой **минимальной горизонтальной** силой ( $F^*$ ) нужно тянуть первый брусок, чтобы сдвинуть второй с места?



Решение

Пружину нужно растянуть на величину  $x$ , где  $kx = \mu m_2 g$ . Если приложенная сила  $F < \mu(m_1 + m_2)g = 2\text{ Н}$ , то первый груз начнет разгоняться, а потом тормозить до полной остановки, продолжая растягивать пружину по инерции. Когда он остановится, то для сдвига  $m_2$  пружина должна быть растянута по крайней мере до указанного значения  $x$ . Для этого достаточно силы  $F^*$ , которая совершит работу  $A = F^*x = kx^2/2 + \mu m_1 g x$  (потенциальная энергия растянутой пружины + работа против сил трения). Разделив обе части на  $x$  и взяв  $kx$  из первого равенства, получим:

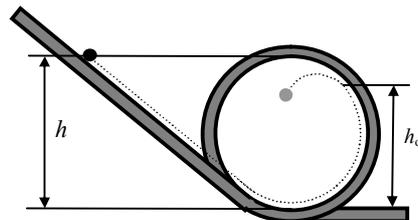
$$F^* = \mu(m_1 + m_2/2)g = 1,4\text{ Н}.$$

Задача 3

Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса  $R$ , а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок. Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты  $H$ , большей диаметра петли.

Наименьшая высота, позволяющая шарiku совершить «мертвую петлю», равна  $H_{\min} = 150\text{ см}$ . Найти величину радиуса петли  $R$ . Размерами шарика пренебречь.

Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте ( $h_0$ ) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты  $h$ , равной диаметру петли ( $h = 2R$ )?

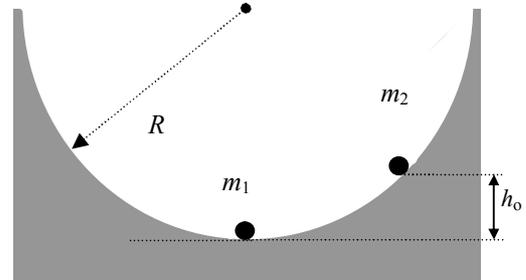


Решение

Для совершения «мертвой петли» превышение точки старта над верхней точкой петли ( $h$ ) должно обеспечить такую скорость ( $v$ ) в этой точке, что центростремительное ускорение  $a_c = v^2/R \geq g$ . Из закона сохранения энергии  $v^2=2gh$ , откуда  $h \geq R/2$ ,  $H_{min}=2,5R$  и, соответственно,  $R=60\text{см}$ .

ЗАДАЧА № 4

Желоб для скейтбординга имеет в разрезе профиль полуцилиндра радиусом  $R=4\text{м}$ . На его дне лежит шар массой  $m_1$ . На скате желоба на высоте  $h_0=0,05R$  от дна ставят второй шар массой  $m_2 = \frac{1}{3} m_1$  и отпускают (см. рисунок). Через какое время после этого ( $T_1$ ) произойдет столкновение шаров. Считая это столкновение центральным и абсолютно упругим, найти высоту подъема каждого из шаров ( $h_1$  и, соответственно  $h_2$ ), после столкновения. Найти временной интервал ( $T_2$ ) между первым и вторым столкновениями шаров. Определить высоту подъема шаров ( $H_1$  и, соответственно  $H_2$ ) после второго столкновения. Шары считать материальными точками. Трением пренебречь.



Решение

Второй шар начнет двигаться, как математический маятник с длиной нити  $R$ . Поэтому первое столкновение произойдет через четверть периода его колебаний:  $T_1 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{R/g} = 1\text{с}$ . Очевидно, что все остальные столкновения будут проходить с удвоенным интервалом  $T_2 = 2T_1 = 2\text{с}$ .

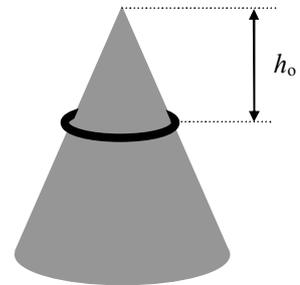
Второй шар ударится в первый со скоростью  $V_0 = \sqrt{2gh_0}$ . По законам сохранения энергии и импульса шары при данном соотношении масс разлетятся после столкновения в противоположные стороны с одинаковыми по модулю скоростями  $V = \frac{1}{2} V_0$  и поднимутся на одинаковые высоты, равные четверти исходной высоты второго шара:  $h_1 = h_2 = R/80 = 5\text{см}$ . При обратном движении шаров все будет протекать так, как на видеозаписи их прямого движения, пущенной в обратном направлении. Первый шар после столкновения остановится, а второй поднимется в исходное положение, т.е.  $H_1=0$ ,  $H_2 = R/20 = 20\text{см}$ . Этот результат следует из обратимости во времени протекающих процессов, хотя его можно получить и напрямую, решив задачу на столкновение.

ЗАДАЧА № 5

На столе стоит медный конус высотой  $H=60\text{см}$  и радиусом основания  $R=10\text{см}$ . При температуре  $T_0=0^\circ\text{C}$  на конус свободно надели тонкое алюминиевое кольцо. Его плоскость горизонтальна и отстоит от вершины конуса на величину  $h_0=500,0\text{мм}$  (см. рисунок). Всю систему нагревают до некоторой температуры ( $T^*$ ) и затем начинают медленно охлаждать. Когда температура достигает исходного значения  $T_0=0^\circ\text{C}$ , кольцо разрывается. Вопросы:

- До какой температуры ( $T^*$ ) нагрели конус с кольцом?
- Есть ли ограничения (и какие) для коэффициента трения ( $\mu$ ) между конусом и кольцом, или этот эффект (разрыв кольца) возможен при любом его значении?
- На какую величину ( $\Delta h$ ) и с каким знаком ( $\pm$ ) изменится по сравнению с исходным значением ( $h_0$ ) расстояние между вершиной конуса и плоскостью кольца при максимальной температуре нагрева  $T^*$ ?

Линейный коэффициент теплового расширения меди  $\alpha_{Cu} = 17 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ , алюминия  $\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ . Проволока, из которой сделано кольцо, разрывается от растягивающего механического усилия, когда ее удлинение достигает величины  $0,2\%$  от исходной длины.



Решение

Если алюминиевое кольцо лопнуло, значит, трение не позволило ему скользить по медному конусу, и оно сжималось соответственно коэффициенту теплового расширения меди. Следовательно,  $\mu \geq R/H = 1/6$ . При охлаждении до исходной температуры  $T_0=0^\circ\text{C}$  длина окружности кольца оказалась растянутой относительно исходного ненапряженного состояния на величину  $\Delta l = l(\alpha_{Al} - \alpha_{Cu})T^*$ . Разрыв кольца означает, что  $\Delta l/l = 0,002$ , откуда:

$$T^* = 0,002 / (\alpha_{Al} - \alpha_{Cu}) = 286^\circ\text{C}.$$

При нагреве алюминиевое кольцо свободно расширилось соответственно своему коэффициенту теплового расширения. А значит и расстояние между вершиной конуса и плоскостью кольца увеличивалось с тем же коэффициентом, поскольку конус при любой температуре остается подобным исходному. Это относится и к той его части, основанием для которой служит плоскость кольца. Отсюда:

$$\Delta h = h_0 \alpha_{Al} T^* = + 3,4 \text{ мм.}$$

#### ЗАДАЧА № 6

В ведре, доверху заполненном водой, плавает пустая тарелка. На дне ведра лежит шар объемом  $V = 0,8$  литра и плотностью  $\rho = 3 \text{ г/см}^3$ . Ведро подвешено на пружинных весах, которые показывают общий вес  $P_0$ . Шар аккуратно достают со дна и кладут в тарелку, которая остается на плаву. Как изменятся при этом показания весов?

#### Решение

Шар имеет массу 2,4 кг, из которых сила Архимеда компенсирует только 0,8 кг. Остальные 1,6 кг будут скомпенсированы, когда шар окажется в тарелке, вытеснив, тем самым, 1,6 литра воды. Поскольку ведро заполнено водой доверху, вытесненная вода выльется на пол, уменьшив показания весов на 1,6 кг.

#### ЗАДАЧА № 7

Имеются два стандартных электрокипятивника (т.е., они рассчитаны на работу от городской электросети и их сопротивление практически не зависит от температуры). Один кипятивник, включенный в сеть, доводит воду в стакане до кипения за время  $t_1 = 30 \text{ с}$ . Другому для этого требуется время  $t_2 = 60 \text{ с}$ .

Взяли два стакана с водой и опустили в них эти кипятивники (каждый в свой стакан). Затем оба кипятивника соединили последовательно и включили в сеть. Сколько времени в этом случае потребуется на кипячение первому ( $T_1$ ) и второму ( $T_2$ ) кипятивнику? Теплопотерями пренебречь.

#### Решение

Номинальная мощность кипятивника ( $W_N$ ) обратно пропорциональна его сопротивлению и также обратно пропорциональна времени нагрева стакана воды в номинальном режиме, откуда  $R_1/R_2 = t_1/t_2$ . При последовательном их включении в сеть сетевое напряжение  $U_0$  будет не на каждом из них, а распределится между ними пропорционально их сопротивлениям:  $U_1 = U_0 R_1 / (R_1 + R_2) = U_0 t_1 / (t_1 + t_2)$  и, соответственно,  $U_2 = U_0 t_2 / (t_1 + t_2)$ . При этом развиваемые ими мощности составят лишь долю от номинальных:

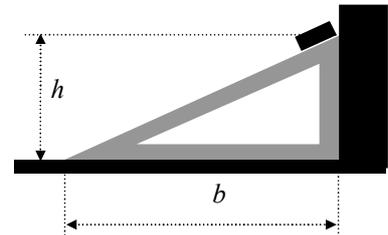
$$W_1 = W_{N1} [t_1 / (t_1 + t_2)]^2 \quad \text{и} \quad W_2 = W_{N2} [t_2 / (t_1 + t_2)]^2.$$

Такую же долю от новых времен нагрева составят исходные времена:

$$T_1 = t_1 [(t_1 + t_2) / t_1]^2 = (t_1 + t_2)^2 / t_1 = 270 \text{ с} \quad \text{и} \quad T_2 = (t_1 + t_2)^2 / t_2 = 135 \text{ с.}$$

ЗАДАЧА № 1

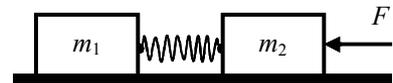
На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой  $h=40\text{см}$  и основанием  $b=75\text{см}$ . Масса клина  $M=775\text{г}$ . В верхней части на его наклонной поверхности удерживается брусок длиной  $l=25\text{см}$  и массой  $m=289\text{г}$ , также прижатый к стене (см. рисунок). Брусок отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.



Определить силу давления клина на стену ( $N$ ) и пол ( $P$ ) во время спуска. Через сколько секунд ( $t$ ) после начала спуска брусок коснется пола?

ЗАДАЧА № 2

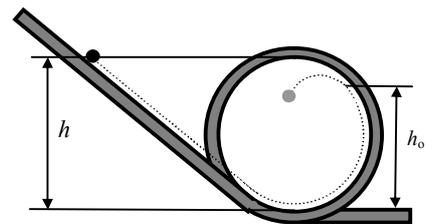
На шероховатом столе лежат два бруска, сцепленные пружиной. Их массы  $m_1=400\text{г}$  и  $m_2=600\text{г}$ . Первый брусок пытаются сдвинуть с места, толкая на него через пружину второй брусок горизонтальной силой  $F$ , как это показано на рисунке. Минимальная сила, необходимая для этого, равна  $F_{min}=2\text{Н}$ . Определить Коэффициент трения ( $\mu$ ) между брусками и столом.



Задача 3

Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса  $R=60\text{см}$ , а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок.

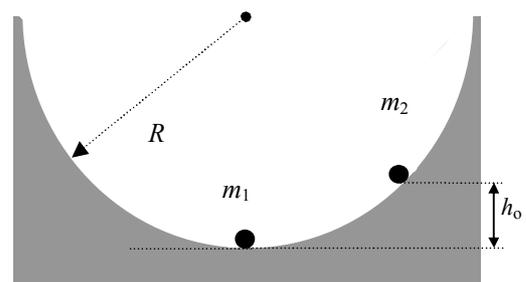
Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты  $H$ , большей диаметра петли. Пренебрегая размерами шарика, найти наименьшее значение этой высоты ( $H_{min}$ ), позволяющее шарика совершить «мертвую петлю».



Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте ( $h_0$ ) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты  $h$ , равной диаметру петли ( $h=2R=120\text{см}$ )?

ЗАДАЧА № 4

Желоб для скейтбординга имеет в разрезе профиль полуцилиндра радиусом  $R=5\text{м}$ . На его дне лежит шар массой  $m_1$ . На скате желоба на высоте  $h_0=0,09R$  от дна ставят второй шар массой  $m_2=\frac{1}{2}m_1$  и отпускают (см. рисунок). Через какое время после этого ( $T_1$ ) произойдет столкновение шаров. Считая это столкновение центральным и абсолютно упругим, найти высоту подъема каждого из шаров ( $h_1$  и, соответственно  $h_2$ ), после столкновения. Найти временной интервал ( $T_2$ ) между первым и вторым столкновениями шаров. Определить высоту подъема шаров ( $H_1$  и, соответственно  $H_2$ ) после второго столкновения. Шары считать материальными точками. Трением пренебречь.

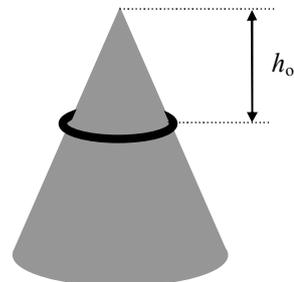


### ЗАДАЧА № 5

На столе стоит стальной конус высотой  $H=80\text{см}$  и радиусом основания  $R=12\text{см}$ . При температуре  $T_0=0^\circ\text{C}$  на конус свободно надели тонкое алюминиевое кольцо. Его плоскость горизонтальна и отстоит от вершины конуса на величину  $h_0=500,0\text{мм}$  (см. рисунок). Всю систему нагревают до некоторой температуры ( $T^*$ ) и затем начинают медленно охлаждать. Когда температура достигает исходного значения  $T_0=0^\circ\text{C}$ , кольцо разрывается. Вопросы:

- До какой температуры ( $T^*$ ) нагрели конус с кольцом?
- Есть ли ограничения (и какие) для коэффициента трения ( $\mu$ ) между конусом и кольцом, или этот эффект (разрыв кольца) возможен при любом его значении?
- На какую величину ( $\Delta h$ ) и с каким знаком ( $\pm$ ) изменится по сравнению с исходным значением ( $h_0$ ) расстояние между вершиной конуса и плоскостью кольца при максимальной температуре нагрева  $T^*$ ?

Линейный коэффициент теплового расширения стали  $\alpha_{\text{ст}}=12\cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$ , алюминия  $\alpha_{\text{Al}}=24\cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$ . Проволока, из которой сделано кольцо, разрывается от растягивающего механического усилия, когда ее удлинение достигает величины  $0,2\%$  от исходной длины.



### ЗАДАЧА № 6

В ведре, доверху заполненном водой, плавает пустая тарелка. На дне ведра лежит шар массой  $m=1,8\text{кг}$  и плотностью  $\rho=3\text{г/см}^3$ . Ведро подвешено на пружинных весах, которые показывают общий вес  $P_0$ . Шар аккуратно достают со дна и кладут в тарелку, которая остается на плаву. Как изменятся при этом показания весов?

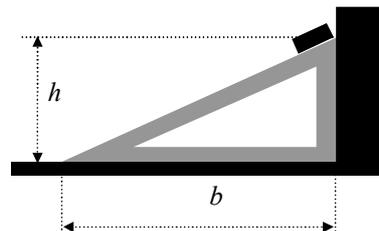
### ЗАДАЧА № 7

Имеются два стандартных электрокипятильника (т.е., они рассчитаны на работу от городской электросети и их сопротивление практически не зависит от температуры). Один кипятильник, включенный в сеть, доводит воду в стакане до кипения за время  $t_1=54\text{с}$ . Другому для этого требуется время  $t_2=18\text{с}$ .

Взяли два стакана с водой и опустили в них эти кипятильники (каждый в свой стакан). Затем оба кипятильника соединили последовательно и включили в сеть. Сколько времени в этом случае потребуется на кипячение первому ( $T_1$ ) и второму ( $T_2$ ) кипятильнику? Теплопотери пренебречь.

ЗАДАЧА № 1

На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой  $h=50\text{см}$  и основанием  $b=120\text{см}$ . Масса клина  $M=560\text{г}$ . В верхней части на его наклонной поверхности удерживается кирпич длиной  $l=25\text{см}$  и массой  $m=1,69\text{кг}$ , также прижатый к стене (см. рисунок). Кирпич отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.



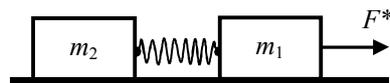
Определить силу давления клина на стену ( $N$ ) и пол ( $P$ ) во время спуска. Через сколько секунд ( $t$ ) после начала спуска кирпич коснется пола?

Решение

Длина наклонной плоскости  $L=130\text{см}$ , а угол ее наклона  $\varphi = \arcsin(5/13)$ . Кирпичу надо проехать путь  $s = L - l = 105\text{см}$  с ускорением  $a_o = g \sin\varphi$ , на что уйдет время  $t = \sqrt{2s/a_o} = 0,74\text{с}$ . При этом горизонтальная составляющая ускорения  $a_x = a_o \cos\varphi$  обеспечивается давлением стенки на кирпич через клин:  $N = ma_x = 6\text{Н}$ . Вертикальная составляющая ускорения  $a_y = a_o \sin\varphi = g(\sin\varphi)^2$  обеспечивается земным притяжением, точнее, его частью в количестве  $F = ma_y = 2,5\text{Н}$ . Оставшейся от  $mg$  частью кирпич вместе с клином давят на пол с силой  $P = (M + m)g - ma_y = 20\text{Н}$ .

ЗАДАЧА № 2

На столе лежат два бруска, сцепленные пружиной (см. рисунок). Их массы  $m_1=200\text{г}$  и  $m_2=300\text{г}$ . Коэффициент трения между ними и столом  $\mu=0,4$ . С какой **минимальной горизонтальной** силой ( $F^*$ ) нужно тянуть первый брусок, чтобы сдвинуть второй с места?



Решение

Пружину нужно растянуть на величину  $x$ , где  $kx = \mu m_2 g$ . Если приложенная сила  $F < \mu(m_1 + m_2)g = 2\text{Н}$ , то первый груз начнет разгоняться, а потом тормозить до полной остановки, продолжая растягивать пружину по инерции. Когда он остановится, то для сдвига  $m_2$  пружина должна быть растянута по крайней мере до указанного значения  $x$ . Для этого достаточно силы  $F^*$ , которая совершит работу  $A = F^*x = kx^2/2 + \mu m_1 g x$  (потенциальная энергия растянутой пружины + работа против сил трения). Разделив обе части на  $x$  и взяв  $kx$  из первого равенства, получим:

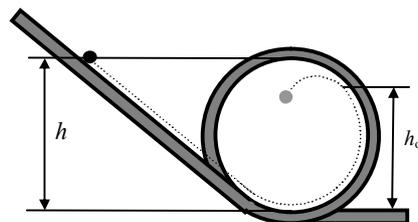
$$F^* = \mu(m_1 + m_2/2)g = 1,4\text{ Н}.$$

ЗАДАЧА № 3

Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса  $R$ , а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок. Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты  $H$ , большей диаметра петли.

Наименьшая высота, позволяющая шарик совершить «мертвую петлю», равна  $H_{\min}=150\text{см}$ . Найти величину радиуса петли  $R$ . Размерами шарика пренебречь.

Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте ( $h_0$ ) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты  $h$ , равной диаметру петли ( $h=2R$ )?



Решение

Для совершения «мертвой петли» превышение точки старта над верхней точкой петли ( $h$ ) должно обеспечить такую скорость ( $v$ ) в этой точке, что центростремительное ускорение  $a_c = v^2/R \geq g$ . Из закона сохранения энергии  $v^2=2gh$ , откуда  $h \geq R/2$ ,  $H_{\min}=2,5R$  и, соответственно,  $R=60\text{см}$ .

Если точка старта будет на уровне верхней точкой петли, то шарик оторвется, не дойдя до верха часть окружности, а именно дугу, составляющую центральный угол  $\varphi$ , при котором  $a_c = v^2/R = g \cos \varphi$ . Но, по закону сохранения энергии, в этой точке  $v^2 = 2gR(1 - \cos \varphi)$ , откуда  $\cos \varphi = 2/3$  и  $h_0 = 5R/3 = 1\text{ м}$ .

#### ЗАДАЧА № 4

На освещенной стороне поверхности Луны температура достигает значения  $\sim +130^\circ\text{C}$ . Оценить среднеквадратичную скорость теплового движения молекул водорода ( $V_{\text{H}_2}$ ) и азота ( $V_{\text{N}_2}$ ) при этой температуре. Сравнить ее со второй космической скоростью для Луны ( $V_{II}$ ). Радиус Луны  $R = 1,7$  тысяч км, ускорение свободного падения на Луне составляет  $1/6$  от земного. Массы атомов водорода и азота принять равными 1 и, соответственно, 14 аем (атомных единиц массы).  $1\text{ аем} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ кг}$ ,  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{ Дж/К}$ .

Решение

Среднеквадратичная скорость ( $V^*$ ) частиц идеального газа при абсолютной температуре  $T$  дается выражением  $V^* = \sqrt{3kT/m}$ , что при  $T = 403\text{ К}$  для молекул водорода ( $\text{H}_2$ ) и азота ( $\text{N}_2$ ) составляет:  $V^*_{\text{H}_2} = 2240\text{ м/с}$  и  $V^*_{\text{N}_2} = 600\text{ м/с}$ . Вторая космическая скорость ( $V_{II}$ ) любой планеты  $V_{II} = \sqrt{2gR}$ , что для Луны составляет:

$$V_{II} = (2 \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 1,7 \cdot 10^6\text{ м/6})^{1/2} = 2380\text{ м/с},$$

#### ЗАДАЧА № 5

Не пользуясь таблицами, определить относительную влажность воздуха в комнате при температуре  $t = 30^\circ\text{C}$ , если измеренная точка росы в ней оказалась равной  $t_{\text{росы}} = 11^\circ\text{C}$ . Считать, что в этой температурной области плотность насыщенного пара ( $\rho^*$ ) пропорциональна 16-й степени **абсолютной** температуры:

$$\rho^*(T) = A \cdot T^{16}, \text{ где } A - \text{константа.}$$

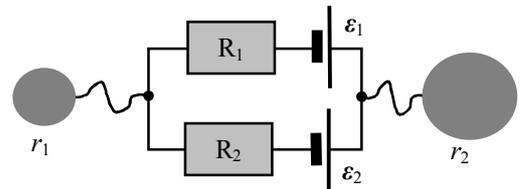
Решение

$$\varphi = (T_{\text{росы}}/T)^{16} = [(11+273)/(30+273)]^{16} = 0,355 = 35,5\%$$

#### ЗАДАЧА № 6

Два источника постоянного тока, два резистора и два металлических шара собраны в схему, представленную на рисунке. Шары изначально не заряжены и удалены друг от друга на значительное расстояние. ЭДС источников ( $\varepsilon_i$ ), сопротивления резисторов ( $R_i$ ) и радиусы шаров ( $r_i$ ) имеют следующие значения:  $\varepsilon_1 = 2\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 3\text{ В}$ ,  $R_1 = 2\ \Omega$ ,  $R_2 = 1\ \Omega$ ,  $r_1 = 10\text{ см}$ ,  $r_2 = 30\text{ см}$ . Символ  $\Omega$  (заглавная греческая «омега») – одно из стандартных обозначений единицы сопротивления «Ом».

Найти установившийся потенциал каждого из шаров ( $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ ) и величину заряда ( $q$ ), перетекшего с одного шара на другой. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



Решение

Разность потенциалов между шарами  $\varphi_2 - \varphi_1 = (\varepsilon_2 R_1 + \varepsilon_1 R_2)/(R_1 + R_2) = + 8/3\text{ В}$  создается электрической цепью и достигается перетеканием отрицательного заряда  $q$  со 2-го шара на 1-й. Поскольку

$$\varphi_1/\varphi_2 = -r_2/r_1 = -3, \text{ то}$$

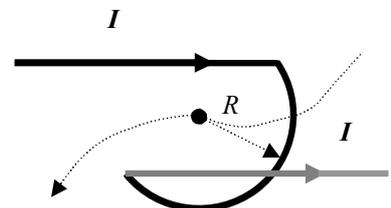
$$\varphi_1 = -2\text{ В}, \quad \varphi_2 = +2/3\text{ В}, \quad \text{а} \quad q = \varphi_1 r_1 4\pi\varepsilon_0 = -2,2 \times 10^{-12}\text{ Кл}.$$

#### ЗАДАЧА № 7

Бесконечный прямой тонкий провод, по которому протекает ток  $I$ , изогнули в середине так, как показано на рисунке. Прямые участки провода параллельны друг другу, а петля образует дугу, составляющую половину окружности радиусом  $R$  (для наглядности радиус представлен на рисунке пунктирной стрелкой). Все участки провода лежат в одной (горизонтальной) плоскости и в точке пересечения не имеют друг с другом электрического контакта.

В той же плоскости с постоянной скоростью  $V$  движется металлический незаряженный шарик радиусом  $r \ll R$ . Его траектория и направление движения представлены на рисунке (вид сверху) пунктирной линией со стрелкой. В некоторый момент он проходит центр дуги (см. рис.).

Определить, между какими точками шарика (верхней, нижней, передней, задней, левой, правой по ходу) разность потенциалов, индуцированная его движением в магнитном поле проводника, окажется в этот момент наибольшей. Найти ее величину ( $U_{\text{max}}$ ).

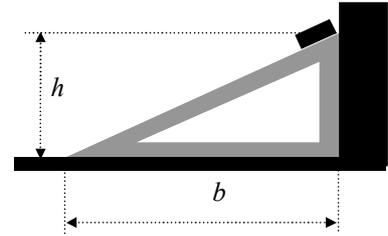


### Решение

Магнитное поле в центре создается только дугой ( $B = \mu_0 I / 4R$ ), поскольку вклады двух прямых участков взаимно скомпенсированы. По «правилу правого буравчика» вектор  $\mathbf{B}$  направлен перпендикулярно плоскости рисунка в сторону от читателя. Тогда, по «правилу левой руки», сила Лоренца действует на заряды шарика в плоскости рисунка, причем на положительные – влево по ходу, а на отрицательные – вправо. Т.о., максимальная разность потенциалов будет между левой и правой точками:  $\Delta\varphi = 2Bvr = \mu_0 I v r / 2R$ .

ЗАДАЧА № 1

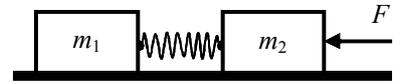
На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой  $h=40\text{см}$  и основанием  $b=75\text{см}$ . Масса клина  $M=775\text{г}$ . В верхней части на его наклонной поверхности удерживается брусок длиной  $l=25\text{см}$  и массой  $m=289\text{г}$ , также прижатый к стене (см. рисунок). Брусок отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.



Определить силу давления клина на стену ( $N$ ) и пол ( $P$ ) во время спуска. Через сколько секунд ( $t$ ) после начала спуска брусок коснется пола?

ЗАДАЧА № 2

На шероховатом столе лежат два бруска, сцепленные пружиной. Их массы  $m_1=400\text{г}$  и  $m_2=600\text{г}$ . Первый брусок пытаются сдвинуть с места, толкая на него через пружину второй брусок горизонтальной силой  $F$ , как это показано на рисунке. Минимальная сила, необходимая для этого, равна  $F_{\min}=2\text{Н}$ . Определить Коэффициент трения ( $\mu$ ) между брусками и столом.

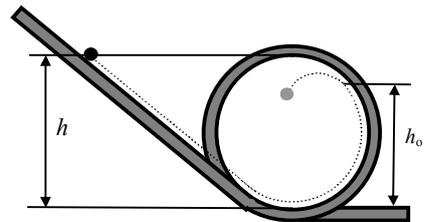


ЗАДАЧА № 3

Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса  $R=60\text{см}$ , а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок.

Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты  $H$ , большей диаметра петли. Пренебрегая размерами шарика, найти наименьшее значение этой высоты ( $H_{\min}$ ), позволяющее шарика совершить «мертвую петлю».

Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте ( $h_0$ ) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты  $h$ , равной диаметру петли ( $h=2R=120\text{см}$ )?



ЗАДАЧА № 4

На поверхности Марса температура достигает значения  $T=-30^\circ\text{C}$ . Оценить среднеквадратичную скорость теплового движения молекул гелия ( $V_{\text{He}}$ ) и кислорода ( $V_{\text{O}_2}$ ) при этой температуре. Сравнить ее со второй космической скоростью для Марса ( $V_{\text{II}}$ ). Радиус Марса  $R=3,4\text{тысяч км}$ , ускорение свободного падения на Марсе составляет  $0,4$  от земного. Массы атомов гелия и кислорода принять равными  $4$  и, соответственно,  $16$  аем (атомных единиц массы).  $1\text{аем}=1,66\cdot 10^{-27}\text{кг}$ ,  $k_{\text{Б}}=1,38\cdot 10^{-23}\text{ Дж/К}$ .

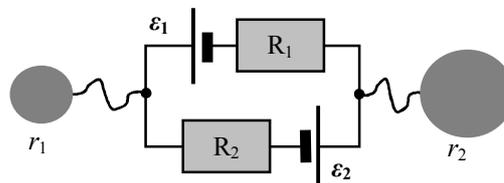
### ЗАДАЧА № 5

Не пользуясь таблицами, определить относительную влажность воздуха в комнате при температуре  $t = 25^\circ\text{C}$ , если измеренная точка росы в ней оказалась равной  $t_{\text{росы}} = 17^\circ\text{C}$ . Считать, что в этой температурной области плотность насыщенного пара ( $\rho^*$ ) пропорциональна 16-й степени *абсолютной* температуры:

$$\rho^*(T) = A \cdot T^{16}, \text{ где } A - \text{константа.}$$

### ЗАДАЧА № 6

Два источника постоянного тока, два резистора и два металлических шара собраны в схему, представленную на рисунке. Шары изначально не заряжены и удалены друг от друга на значительное расстояние. ЭДС источников ( $\varepsilon_i$ ), сопротивления резисторов ( $R_i$ ) и радиусы шаров ( $r_i$ ) имеют следующие значения:  $\varepsilon_1 = 2\text{В}$ ,  $\varepsilon_2 = 3\text{В}$ ,  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 1\Omega$ ,  $r_1 = 10\text{см}$ ,  $r_2 = 30\text{см}$ . Символ  $\Omega$  (заглавная греческая «омега») – одно из стандартных обозначений единицы сопротивления «Ом».



Найти установившийся потенциал каждого из шаров ( $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ ) и величину заряда ( $q$ ), перетекшего с одного шара на другой. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

### ЗАДАЧА № 7.

Бесконечный прямой тонкий провод, по которому протекает ток  $I$ , изогнули в середине так, как показано на рисунке. Прямые участки провода параллельны друг другу, а петля образует дугу, составляющую половину окружности радиусом  $R$  (для наглядности радиус представлен на рисунке пунктирной стрелкой). Все участки провода лежат в одной (горизонтальной) плоскости.

В той же плоскости с постоянной скоростью  $V$  движется металлический незаряженный шарик радиусом  $r \ll R$ . Его траектория и направление движения представлены на рисунке (вид сверху) пунктирной линией со стрелкой. В некоторый момент он проходит центр дуги (см. рис.).

Определить, между какими точками шарика (верхней, нижней, передней, задней, левой, правой по ходу) разность потенциалов, индуцированная его движением в магнитном поле проводника, окажется в этот момент наибольшей. Найти ее величину ( $U_{\text{max}}$ ).

