



Вариант I.

Раздел I МАТЕМАТИКА

Решите задачи.

1. В банк на срочный вклад сроком на полных 36 месяцев с ежеквартальным начислением процентов в размере 4% было положено 5000 рублей. Та же сумма на тот же срок была положена в паевой инвестиционный фонд, где проценты начисляются со ставкой 2% ежемесячно. По окончании срока оба вклада были сняты, при этом в паевом инвестиционном фонде однократно при закрытии вклада с дохода был снят налог в размере 13%. Инфляция за этот период составила: в первый год: 12%, во второй год – 11% и в третий год – 10%. Определите доходы в процентах и рублях в банке и в паевом инвестиционном фонде. Вычислите размер инфляции за 3 года и ответьте на вопрос, где будет вклад защищен от инфляции и почему.

2. Три предпринимателя решили в кредит вместе купить предприятие. Известно, что если бы первый предприниматель вложил 70% своих денег, которые он предполагает для инвестирования, а второй – 40%, то им потребуется кредит 67 тысяч рублей. Если же первый вложит 30% своих денег, а третий – 80%, то им потребуется кредит 71 тысяча рублей. Если второй, соответственно, вложит 60%, а третий – 20%, то кредит должен будет составить 65 тысяч рублей. Также известно, что размер кредита, суммы денег, которыми располагают предприниматели для инвестирования, и предприятие (в тысячах рублей) составляют целые числа. Определите: какими средствами располагал каждый из предпринимателей и размер необходимого кредита.

3. Определите, при каких x числа $\ln 4$, $\ln(5^{-x} - 5)$, $\ln(5^{-x} + 75)$ образуют арифметическую прогрессию.



Вариант I.

Раздел: ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

1. В прошлом году сталелитейные компании России произвели 17 млн. тонн стали, которая продавалась на мировом рынке по 400 долларов за тонну. В текущем году эти компании, не желая снижать объемы своего выпуска, также произвели 17 млн. тонн. Однако в связи с неблагоприятной конъюнктурой на мировых рынках стали, в текущем году они вынуждены были реализовывать свою продукцию по 380 долларов за тонну. Определите, что произошло на мировом рынке стали:

- а) Понизился спрос на сталь
- б) Повысилось предложение стали
- в) Спрос понизился, а предложение стали выросло
- г) Спрос повысился, а предложение стали уменьшилось

2. В обобщенном виде функция спроса на некий товар имеет вид: $Q_d = a - b \times P$. Известна зависимость величины спроса на данный товар от изменений рыночной цены на него:

| P (ден. ед.) | Q (шт.) |
|--------------|---------|
| 7 | 0 |
| 6 | 1 |
| 5 | 2 |
| 4 | 3 |
| 3 | 4 |
| 2 | 5 |
| 1 | 6 |
| 0 | 7 |

Из представленных данных, параметр «а» функции спроса на этот товар составит:

- а) 0
- б) 7
- в) 1
- г) Представленных данных не достаточно для определения параметра «а»

3. В 2000 году среди российских ученых-экономистов велась дискуссия по проблеме стратегии развития экономики России. Один из участников этой дискуссии В. Ивантер отстаивал идею о том, что «деньги не могут быть сильнее экономики». Основываясь на этом тезисе, В. Ивантер предлагал, как можно больше загружать производственные мощности российской экономики, а инвестиции (государственные кредиты) вкладывать не в основной, а в оборотный капитал (см.: Ведомости. 2000. 11 февраля). Его оппонент, Е. Ясин опровергал рассуждения В. Ивантера, ссылаясь на то, что реализация такой стратегии приведет к тому, что значительная часть загруженных производств не найдет затем сбыта для своей продукции, а частные предприятия, которые будут ориентироваться на поддержку государства, окажутся малоэффективными.

Определите на позициях, каких теоретических школ стояли наши известные



Вариант I.

экономисты в этой дискуссии:

- а) В. Ивантер – на позиции кейнсианской теории, а Е.Ясин – на позиции классической школы
- б) В. Ивантер – на позиции классической теории, а Е.Ясин – на позиции кейнсианской школы
- в) В. Ивантер – на позиции монетаризма, а Е.Ясин – на позиции классической школы
- г) В. Ивантер – на позиции марксизма, а Е.Ясин – на позиции классической школы

4. В период предновогодних распродаж снижение цены на товар А вызвало резкое увеличение очередей в кассы на оплату его покупок. В тоже время снижение цены на товар В не изменило длины очереди на оплату его покупок. Эти наблюдения свидетельствуют о том, что:

- а) Спрос на товар А является неэластичным, а на товар В характеризуется единичной эластичностью
- б) На рынке товара А возник дефицит, а на рынке товара В наблюдается равновесие
- в) Предложение товара А эластично, а товара В - неэластично
- г) Спрос на товар А эластичен, а на товар В – неэластичен

5. Производитель сельскохозяйственной продукции, страхуясь от неблагоприятного изменения рыночных цен на свою продукцию, заключил на фондовом рынке фьючерсную сделку на 1000 тонн своей продукции по цене 15 ден. ед. за тонну. На момент исполнения фьючерсного контракта рыночная цена на тонну его продукции была ниже зафиксированной в контракте на 20%. В результате исполнения фьючерсного контракта:

- а) Покупатель продукции должен заплатить продавцу продукции 15 000 ден.ед.
- б) Покупатель продукции должен заплатить продавцу продукции 18 000 ден.ед.
- в) Покупатель продукции должен заплатить продавцу продукции 12 000 ден.ед.
- г) Контракт не будет исполнен

6. При снижении цены на 1% объем спроса на товар возрастает на 0,5%, а при увеличении цены на 1% - снижается на 0,5%. Также известно, что при снижении цены на 1% объем предложения товара снижается на 2%, а при её увеличении на 1% - возрастает на 2%. В этих условиях введение государством потоварного налога приведет к тому, что:

- а) Большую долю налогового бремени будет нести продавец товара
- б) Все налоговое бремя продавец переложит на покупателя товара
- в) Большую долю налогового бремени будет нести покупатель товара
- г) Все налоговое бремя будет нести продавец товара



Вариант I.

7. В одной из стран Евросоюза в текущем году безработица характеризовалась следующими данными: фрикционная безработица составила 3%, структурная безработица равнялась также 3%, а фактическая безработица была равна 10%. При этом объем фактического уровня ВВП страны оказался равным 2700 ден.ед., а коэффициент Оукена был равен 2,5. Каков был бы объем ВВП страны, если бы безработица в ней не превысила бы своего естественного уровня:

- а) 2400
- б) 2700
- в) 3000
- г) 3300

8. Лауреат Нобелевской премии по экономике 1976 года М. Фридман характеризовал одну из ситуаций макроэкономической нестабильности следующим образом: «Если человек, который везет тележку, груженную мешками денег, оставляет ее у входа в магазин, и, выйдя из магазина, обнаруживает, что тележка исчезла, а мешки с деньгами остались целы, то это»:

- а) Инфляция
- б) Стагфляция
- в) Гиперинфляция
- г) Дефляция

9. В результате ревальвации китайского юаня цены экспорта и импорта в китайской экономике изменятся при прочих равных условиях следующим образом:

- а) На импорт повысятся, а на экспорт снизятся
- б) На экспорт вырастут, а на импорт снизятся
- в) Повысятся как на экспорт, так и на импорт
- г) Понизятся как на экспорт, так и на импорт

10. Решите задачу:

ВВП некоторой страны составил 440 млрд. долл. Известно, что потребительские расходы домашних хозяйств равны 320 млрд. долл., государственные закупки – 50 млрд. долл., амортизация – 60 млрд. долл., чистый экспорт – 10 млрд. долл. Чему равны чистые частные внутренние инвестиции?

РАЗДЕЛ ЭКОНОМИКА

Задача № 1

Предположим, что общество некой страны состоит из трех, одинаковых по количеству людей, социальных групп – бедные, средний класс и богатые люди. В условиях международной напряженности в стране решается вопрос об укреплении обороны страны. Как известно, оборона страны – это общественное благо, которое потребляется всеми членами общества в абсолютно одинаковом количестве, так как такое благо едино и неделимо (в отличие от блага рыночного типа). Экономисты страны, изучили предпочтения каждой из указанных социальных групп относительно их потребностей в услугах по обороне страны и выяснили, что функция спроса на оборону у бедных слоев населения выражается уравнением: $Q_{\text{БЕД.}} = 30 - P$; функция спроса на оборону у средних слоев населения: $Q_{\text{СРЕД.}} = 70 - P$; функция спроса на оборону у богатых: $Q_{\text{БОГАТ.}} = 80 - P$.

Предельные затраты на производство и поставку услуг по обороне оказались постоянными, не зависящими от объемов предоставления этих услуг, и составили 120 ден.ед. на каждую единицу этой услуги.

А) Необходимо определить равновесный объем предоставления услуг по обороне, а также цены, которые будет уплачивать каждая из групп за данный равновесный объем услуг по обороне.

Б) Что произойдет, если правительство страны поставит на голосование в парламенте предложение о введении единой цены за услуги по обороне в виде налога в размере 40 ден.ед. за единицу оборонных услуг и одновременного увеличения производства услуг по обороне на 5 единиц сверх равновесного объема?

Решение:

Задание А

1. Обозначим общий объем производства услуг по обороне как Q , а объем потребления этих услуг каждой из групп, как обозначено в условии задачи: $Q_{\text{БЕД.}}$; $Q_{\text{СРЕД.}}$; $Q_{\text{БОГАТ.}}$.

Так как оборона страны – это общественное благо, то объем потребления каждой из групп будет одинаков и равен объему предоставления этой услуги:

$$Q_{\text{БЕД.}} = Q_{\text{СРЕД.}} = Q_{\text{БОГАТ.}} = Q$$

2. Каждая из групп населения, оплачивая свою цену за услугу по обороне, получает предельную выгоду от предоставленных услуг в соответствии со своими потребностями. В этой связи уплачиваемая цена каждой группой будет равна предельной выгоде, получаемой от обороны страны:

$$P_{\text{БЕД.}} = MB_{\text{БЕД.}}$$

$$P_{\text{СРЕД.}} = MB_{\text{СРЕД.}}$$

$$P_{\text{БОГАТ.}} = MB_{\text{БОГАТ.}}$$

3. Запишем функции спроса на оборону для каждой группы, выразив их через функции цен спроса, т.к. каждая из групп в любом случае будет потреблять одинаковое количество услуг по обороне, но платить разную цену за эти услуги:

$$P_{\text{БЕД.}} = MB_{\text{БЕД.}} = 30 - Q, \text{ при } Q \leq 30$$

$$P_{\text{СРЕД.}} = MB_{\text{СРЕД.}} = 70 - Q, \text{ при } Q \leq 70$$

$$P_{\text{БОГАТ.}} = MB_{\text{БОГАТ.}} = 80 - Q, \text{ при } Q \leq 80$$

Эти уравнения показывают, что для каждой из групп выгода от услуг по обороне (МВ) будет равна нулю, если объем этих услуг будет превышать соответствующее значение количества услуг по обороне, необходимого каждой из групп. Т.е. большее количество этих услуг каждая из групп оплатить не может.

4. Общий спрос на оборону всех групп, взятых вместе, равен сумме цен, которые готовы заплатить каждая из групп:

$$P_D = P_{\text{БЕД.}} + P_{\text{СРЕД.}} + P_{\text{БОГАТ.}}$$

или

$$P_D = MB_{\text{БЕД.}} + MB_{\text{СРЕД.}} + MB_{\text{БОГАТ.}} = (30 - Q) + (70 - Q) + (80 - Q)$$

5. Находим равновесный объем услуг по обороне для всех групп.

Для этого суммируем групповые функции спроса и приравниваем их к предельным затратам на производство единицы услуг по обороне ($MC = 120$), т.к. условие равновесия – это равенство предельной выгоды и предельных издержек ($P_D = MC$):

$$(30 - Q) + (70 - Q) + (80 - Q) = 120$$

$$180 - 3Q = 120 \rightarrow Q = 20 \text{ (равновесный объем услуг по обороне)}$$

6. Для определения цен, которые будет платить каждая из групп, подставим найденное равновесное значение услуг по обороне в каждую из групповых функций цены спроса:

$$P_{\text{БЕД.}} = MB_{\text{БЕД.}} = 30 - Q = 30 - 20 = 10 \text{ ден.ед.}$$

$$P_{\text{СРЕД.}} = MB_{\text{СРЕД.}} = 70 - Q = 70 - 20 = 50 \text{ ден.ед.}$$

$$P_{\text{БОГАТ.}} = MB_{\text{БОГАТ.}} = 80 - Q = 80 - 20 = 60 \text{ ден.ед.}$$

Задание Б

1. Увеличение объема производства услуг по обороне на 5 единиц дает значение 25 единиц. В этом случае выгода от услуг по обороне для каждой из групп составит:

$$MB_{\text{БЕД.}} = 30 - Q = 30 - 25 = 5 \text{ ден.ед.}$$

$$MB_{\text{СРЕД.}} = 70 - Q = 70 - 25 = 45 \text{ ден.ед.}$$

$$MB_{\text{БОГАТ.}} = 80 - Q = 80 - 25 = 55 \text{ ден.ед.}$$

2. Однако правительство предлагает ввести единую плату за оборону в виде налога, равного 40 ден. ед.

Сравним плату, которую предлагает ввести правительство с выгодами каждой группы, которые они получают от увеличившегося объема услуг по обороне:

| Группы населения | Получаемые выгоды | Плата за получаемые выгоды (налог) | Решение группы на голосовании в парламенте |
|--------------------------|-------------------|------------------------------------|---|
| Бедная группа населения | 5 ден.ед. | 40 ден.ед | $5 < 40 \rightarrow$ группа будет голосовать против предложений правительства |
| Средний класс | 45 ден.ед. | 40 ден.ед | $45 > 40 \rightarrow$ группа будет голосовать за предложения правительства |
| Богатая группа населения | 55 ден.ед. | 40 ден.ед | $55 > 40 \rightarrow$ группа будет голосовать за предложения правительства |

В результате бедная группа населения останется в меньшинстве при голосовании и будет принято правительственное решение.

Ответ:

Задание А: 1) Равновесный объем услуг по обороне страны составит 20 единиц.

2) Стоимость услуг по обороне для каждой из групп:

- бедная группа оплачивает 10 ден.ед.

- средний класс оплачивает 50 ден.ед.

- богатая группа оплачивает 60 ден.ед.

Задание Б: Объем услуг по обороне составит 25 единиц а каждая группа будет платить налог в размере 40 ден.ед.

Задача № 2

В конце 2011 года Россия вступила во Всемирную торговую организацию (ВТО). Членство страны в этой организации имеет как свои плюсы, так и минусы. Одним из отрицательных последствий такого вступления может быть то, что ряд важных отраслей национального хозяйства могут оказаться неконкурентоспособными против дешевой зарубежной продукции. В частности, среди уязвимых отраслей нашего хозяйства экономисты отмечают отрасль по производству мяса.

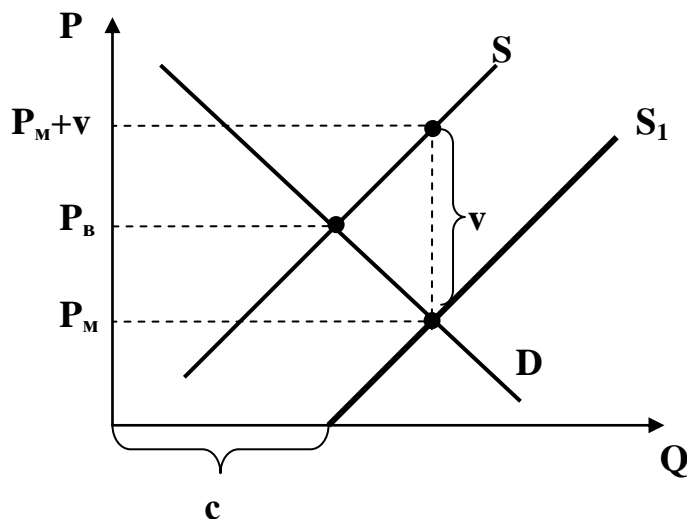
Допустим, что Правительство нашей страны в качестве защиты отечественных производителей мясной продукции рассматривает введение субсидии, чтобы импорт мясной продукции из-за рубежа стал экономически невыгодным для иностранных производителей. Если субсидия будет введена для наших производителей, то это, очевидно, не повлияет на цену мяса, установившуюся на мировом рынке в настоящее время. Одновременно наша страна выполнит требования этой международной организации о поддержании условий свободного перемещения товаров между странами – членами ВТО.

Сотрудники Министерства экономического развития РФ обосновали, в каком случае необходимо вводить такую субсидию и определили формулу, по которой можно рассчитать размер такой субсидии.

Обсудите, вслед за экономистами Министерства экономического развития РФ условия введения субсидии и определите формулу для расчета величины субсидии.

Решение

1. Для удобства и наглядности решения задачи надо построить гипотетические линии спроса и предложения мяса внутри нашей страны:



$P_{в}$ – это равновесная цена на рынке мяса внутри страны

$P_{м}$ – это цена на мясо на мировом рынке

v – это величина субсидии

2. По графику и по смыслу, очевидно, что если мировая цена будет выше цены на мясо внутри страны, то субсидия не нужна, т.к. импортерам будет невыгодно ввозить в нашу страну более дорогое мясо, чем у нас в стране.

Следовательно, условием введения субсидии будет превышение внутренней цены на мясо цены мирового рынка. Это ответ на первую часть задания.

3. Если мировая цена на мясо будет ниже внутренней цены необходимо ввести субсидию нашим производителям.

Величина субсидии должна быть такой, чтобы линия внутреннего предложения мяса сдвинулась из положения S в положение S_1 , уравнив при этом внутреннюю цену с мировой ценой (см. рисунок выше). Тогда агрессивный импорт в нашу страну станет экономически невыгодным.

4. Расчет формулы субсидии:

- линейная функция спроса описывается формулой: $Q_d = a - bP$

- линейная функция предложения описывается формулой: $Q_s = c + dP$

- равновесие внутреннего рынка мяса описывается уравнением:

$$a - bP_B = c + dP_B$$

- из этого уравнения найдем «с»:

$$c = a - bP_B - dP_B \quad (1)$$

- равновесие открытого внутреннего рынка мяса в нашей стране с учетом введенной субсидии будет описываться уравнением:

$$a - bP_M = c + d(P_M + v)$$

- преобразуем это выражение:

$$dv = a - bP_M - (c + dP_M) \quad (2)$$

- подставим в уравнение (2) выражение «с» из формулы (1):

$$dv = a - bP_M - (a - bP_B - dP_B + dP_M)$$

- преобразовав это уравнение, получим:

$$dv = bP_B + dP_B - bP_M - dP_M$$

- отсюда находим формулу для расчета субсидии:

$$v = (b/d + 1) \times (P_B - P_M).$$

Ответ:

1. Условие введение субсидии – цена внутреннего рынка мяса больше мировой цены на мясо.

2. Формула для расчета субсидии: $v = (b/d + 1) \times (P_B - P_M)$.

Задача № 3

На рынке некоторой продукции присутствуют 100 фирм-производителей. Издержки производства каждой из присутствующих фирм заданы функцией вида $TC = q^2 - 2q + 2$, где q - количество производимой продукции каждой отдельной фирмой. Спрос на продукцию на рынке стороны потребителей задан функцией вида $Q = 1500 - 50P$, где Q - количество покупаемой всеми потребителями продукции, P – цена единицы продукции.

1. Каковы величины равновесной цены и равновесного объема продаж?

2. Как изменятся эти величины в случае введения на рынке потоварной дотации производителю в размере 2 рубля на каждую единицу продукции.

Решение:

1. Функция предложения отдельной фирмы $MC = 2q - 2 = P$, $q = 1 + 0,5P$

Предложение 100 фирм в целом $Q = 100 + 50P$

Равновесные цена и объем продаж $1500 - 50P = 100 + 50P$, $1400 = 100P$, $P = 14$, $Q = 800$

2. При введении потоварной дотации на единицу продукции функция издержек каждой фирмы изменится $TC = q^2 - 2q + 2 - 2q$

Следовательно, изменится предложение отдельной фирмы и предложение всего рынка $MC = 2q - 2 - 2q = -4 = P$, $q = 2 + 0,5P$

Предложение 100 фирм в целом $Q = 200 + 50P$

Равновесные параметры рынка после введения налога определяются из условия пересечения прежней функции спроса и новой функции предложения $1500-50P=200+50P$, $1300=100P$, $P=13$, $Q=850$

Ответ:

$P=14$, $Q=800$

$P=13$, $Q=850$

МАТЕМАТИКА

Задача №1.

Последовательность (a_n) задана условиями $a_1 = 0$, $a_2 = 2$ и $a_{n+2} = a_n a_{n+1} + a_n + a_{n+1}$ при всех натуральных n . Сколько членов этой последовательности являются кубами натуральных чисел? *Решение.* Перепишем соотношение $a_{n+2} = a_n a_{n+1} + a_n + a_{n+1}$ в виде

$$a_{n+2} + 1 = (a_{n+1} + 1)(a_n + 1).$$

Пусть $a_n + 1 = b_n$. Тогда $b_{n+2} = b_{n+1} b_n$. Учитывая условия $b_1 = 1$, $b_2 = 3$, получаем, что все b_n являются целыми неотрицательными степенями числа 3. Тогда для любого n при некотором целом неотрицательном k имеет место равенство $a_n = 3^k - 1$. Пусть $3^k - 1 = x^3$.

Тогда

$$3^k = (x+1)(1-x+x^2),$$

и, следовательно, $x+1$ и $1-x+x^2$ являются степенями числа 3. Так как, очевидно, $x \neq 1$, то $x \geq 2$. Таким образом, $x+1 \leq 1-x+x^2$, и, следовательно, $1-x+x^2$ делится на $x+1$. Так как

$$1-x+x^2 = 3-1-x-1+x^2 = 3-(1+x)-(1-x^2),$$

то $x+1$ делит 3. Следовательно, $x+1=3$ и $x=2$. Таким образом, в данной последовательности есть ровно один член, являющийся кубом натурального числа.

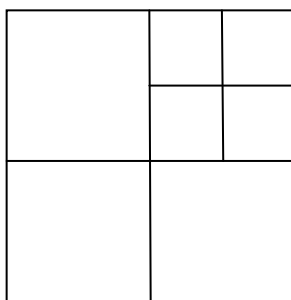
Ответ: один.

Задача №2.

Найдите такое наименьшее нечётное число n , что квадрат можно разрезать на n меньших квадратов.

Решение:

Поскольку никакой из меньших квадратов не может содержать сразу две вершины исходного квадрата и n нечётно, то $n \geq 5$. Так как на 5 квадратов исходный квадрат разбить нельзя, а на семь можно (см. рисунок), то наименьшее значение n равно 7.



Ответ: 7.

Задача №3.

В некоторой финансовой компании у каждого сотрудника не более трёх врагов. Какое наименьшее число отделов должно быть в компании, чтобы, распределив сотрудников компании по этим отделам, можно было бы добиться того, что у каждого сотрудника в одном с ним отделе было не более одного врага.

Решение:

Докажем, что достаточно двух отделов. Сначала разобьём всех сотрудников компании произвольным образом на два отдела. Для каждого отдела посчитаем число пар врагов, попавших в него и сложим полученные числа. Предположим, что у некоторого сотрудника A в одном с ним отделе есть по крайней мере два врага. Переведём сотрудника A в другой отдел. Тогда в отделе, в котором сотрудник A был сначала, число пар врагов уменьшится по крайней мере на две пары, а в новом отделе может появиться не более одной новой пары врагов. Поэтому суммарное число пар врагов в обоих отделах после перевода сотрудника A в другой отдел уменьшится. Следовательно, до тех пор пока у какого-либо сотрудника в одном с ним отделе есть по крайней мере два врага мы можем построить новое разбиение на отделы, в котором суммарное число пар врагов в обоих отделах уменьшится. В конце концов мы получим нужное разбиение на отделы.

Ответ: 2.

**Задания отборочного тура Олимпиады школьников по экономике
в 2012-2013 учебном году (время выполнения 60 минут)**

Решите задачи.

1. Известно, что у владельца небольшой сети магазинов в собственности находится 2 магазина и 3 магазина в совладении. Магазины, находящиеся в полной собственности дают ежемесячно 21% и 20% прибыли каждый. Магазины, находящиеся в совладении дают 12%, 9% и 10%, соответственно. Предпринимателю через три месяца, для погашения кредита банку, необходимо продать один магазин, находящийся в полной собственности, и два, из числа которыми он совладеет. Определите, сосчитав общую прибыль в процентах, какая из продаж будет наиболее выгодна для предпринимателя. Ответ оформите в виде таблицы.

Решение:

Тогда прибыль за три месяца для каждого магазина вычисляется по формуле сложных процентов: $(1+x\%/100)^3$. В результате получаем во второй строке таблицы необходимые величины.

| | | | | |
|----------|-------|---------|---------|-------|
| 0,21 | 0,2 | 0,12 | 0,09 | 0,1 |
| 0,771561 | 0,728 | 0,40493 | 0,29503 | 0,331 |

Теперь сравним по условию размер общей прибыли для каждой тройки магазинов:

| | |
|-------|----------|
| 1-3-4 | 1,471518 |
| 1-3-5 | 1,507489 |
| 1-4-5 | 1,39759 |
| 2-3-4 | 1,427957 |
| 2-3-5 | 1,463928 |
| 2-4-5 | 1,354029 |

Получаем искомый вариант: выгодней всего продать 2,4 и 5 магазины.

2. Известно, что на рынке появилось несколько партий поддельного товара. Идентифицируется контрафакт по номерам партий, которые начинаются с букв КС и заканчиваются трехзначным и числами в диапазоне от 300 до 400, цифры которого все отличные от нуля и друг друга образуют в установленном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Напишите все возможные варианты номеров этих партий контрафакта.

Решение:

Так как нам задан диапазон искомых упорядоченных по возрастанию целых чисел от 300 до 400, то очевидно, что первое число в номерах всегда будет 3. Далее рассматриваем арифметические прогрессии с различными разностями. Разность, равная 1, дает число 345, разность, равная 2 – 357, разность, равная 3 – 369. Очевидно, что это последний искомый номер, т.к. число 9 является последним однозначным числом и остальные случаи рассматривать не надо.

Ответ: КС345, КС 357, КС369

3. Для участия в Королевских скачках группе владельцев элитных лошадей необходимо их перевезти. Если перевозить лошадей по несколько в специализированном вагоне, то можно значительно снизить затраты на перевозку. Если каждый из владельцев вложит за перевозку одной лошади в одном вагоне по 120 фунтов, то им не хватит 960 фунтов. Если каждый вложит по 250 фунтов, то останется, соответственно, 600 фунтов. Определите:

1. Сколько лошадей можно перевести в одном вагоне.
2. Сколько стоит перевозка лошадей в вагоне. Сколько стоит индивидуальная перевозка лошади, если перевозка в специализированном вагоне дает экономию 50%.
3. Какое количество вагонов для перевозки было заказано, если перевозка всех лошадей составила 11200 фунтов, из них оплата перевозки в спецвагонах составила приблизительно 64%.
4. Сколько лошадей участвовало в скачках.

Решение:

Обозначим за N число лошадей, которых можно перевезти в одном спецвагоне, а за X примем стоимость перевозки этого количества лошадей в одном вагоне: получаем систему из 2-ух уравнений:

$$\begin{cases} N \cdot 120 = X - 960 \\ N \cdot 250 = X + 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = 12 \\ X = 2400 \end{cases}$$

Так как число лошадей в вагоне 12, а стоимость их перевозки 2400 фунтов, то перевозка одной лошади составит 200 фунтов, а индивидуальная перевозка – 400 фунтов. Стоимость всех лошадей, участвующих в скачках составляет 11200 фунтов, а около 64% - это перевозка в спецвагонах, тогда $11200 \times 0,64 = 7168$ фунтов, разделим это число на 200 (стоимость перевозки одной лошади) и получим $7168 : 200 = 35,84$. Ближайшее целое число, делящееся нацело на 12 - это 36. Проверяем: $36 \times 200 : 11200 \times 100\% = 64,29\%$. Таким образом, получаем, что понадобилось 3 спецвагона для перевозки лошадей. Далее: $(11200 - 7200) : 400 = 10$ – число лошадей, которые были перевезены индивидуально. В результате получаем, что в Королевских скачках участвовало $10 + 36 = 46$ лошадей.

Ответ:

В вагоне перевозят 12 лошадей; перевозка в вагоне стоила 2400 фунтов; перевозка одной лошади в вагоне стоила 200 фунтов; вагонов было заказано 3; индивидуальная перевозка одной лошади стоит 400 фунтов; в скачках участвовало 46 лошадей.

1. Функция спроса на некий товар в общем виде задана: $Q_d = a - b \cdot P$. Известна зависимость величины спроса на данный товар от изменений рыночной цены на него:

| P (ден. ед.) | Q (шт.) |
|--------------|---------|
| 15 | 0 |
| 10 | 5 |
| 5 | 10 |
| 0 | 15 |

Из представленных данных параметры «а» и «b» функции спроса на этот товар составят:

- а) 10 и 2
- б) 15 и 2
- в) 10 и 1
- г) 15 и 1

2. Предположим, что потребление бутербродов индивидом и удовлетворение от потребления связаны функцией $TU = 10 \times X - X^2$. Сколько бутербродов необходимо для насыщения индивида:

- а) 3
- б) 4
- в) 5
- г) 6

3. Изменение цены товара А на 1% приводит к изменению спроса на него на 0,1%, это же изменение цены на 1% приводит к изменению предложения товара А на 2%. Введение государством потоварного налога на товар А приведет к тому, что:

- а) большую часть налогового бремени будет нести производитель;

- б) все налоговое бремя будет нести производитель;
- в) **большую часть налогового бремени будет нести покупатель;**
- г) все налоговое бремя будет нести покупатель.

4. При исследовании рынка товаров А и В выяснилось, что повышение цены товара А на 1% ведет к снижению спроса на него на 3%, а такое же повышение цены товара В ведет к снижению спроса на него на 0,5 %. Производитель какого товара получит увеличение выручки при увеличении цены товара:

- а) производитель товара А;
- б) **производитель товара В;**
- в) оба производителя;
- г) оба производителя получают снижение выручки.

5. Условные данные работы четырех предприятий представлены в таблице

| предприятие | прибыль | Стоимость основных фондов | Стоимость оборотных средств |
|-------------|---------|---------------------------|-----------------------------|
| Первое | 50 | 75 | 25 |
| Второе | 75 | 150 | 50 |
| Третье | 100 | 250 | 100 |
| Четвертое | 120 | 300 | 200 |

Определите, какое из предприятий работает с наибольшей эффективностью:

- а) первое;
- б) второе;
- в) третье;
- г) четвертое.

6. Экономика некоторой страны находится в состоянии депрессии при стабильном уровне цен. Какие из предложенных вариантов действия правительства способны снизить уровень безработицы:

- а) **увеличение государственных расходов;**
- б) увеличение налогов на бизнес;
- в) снижение государственных расходов;
- г) продажа государственных ценных бумаг на открытом рынке.

7. Известно, что в некоторой стране коэффициент чувствительности ВВП к динамике циклической безработицы равен 2,5, а естественный уровень безработицы составляет 6%. Каков уровень фактической безработицы, если известно, что при величине потенциального ВВП в 500 млрд. долл., фактический размер ВВП оказался 475 млрд. долл.:

- а) 7%;
- б) **8%;**
- в) 9%;
- г) 10%.

8. Завышенный курс национальной валюты страны по отношению к иностран-

ной валюте выгоден:

- а) производителям, создающим продукцию на экспорт;
- б) производителям, не зависящим от внешнеторговых сделок;
- в) всем производителям, связанным с внешнеторговой деятельностью;
- г) производителям, закупающим импортные комплектующие.

9. Потоварный налог, установленный в размере 10 рублей на единицу продукции, для граждан с размерами ежемесячного дохода 10 тыс. рублей, 100 тыс. рублей и 500 тыс. рублей, является по сути:

- а) прогрессивным;
- б) пропорциональным;
- в) регрессивным;
- г) комбинированным.

10. Решите задачу:

Известно, что номинальный ВВП страны 2011 г. равен 770 млрд. долл., ВВП 2010 г. – 660 млрд. долл.. При этом рост цен за год составил 10 %. Каковы темпы роста экономики страны в течение 2011 г.

Решение:

Реальный ВВП равен $770/1,1=700$ млрд.дол.

Соответственно, темпы роста равны $(700/660-1)\times 100\%=6\%$

Ответ: 6%

Задания Олимпиады школьников СПбГУ по экономике 2012/2013 учебном году.

Время выполнения задания 180 минут.

Задача 1 (30 баллов)

В Юрской области существуют два крупных предприятия, являющихся основными загрязнителями окружающей среды региона - химический завод (далее - завод) и целлюлозно-бумажный комбинат (далее - комбинат). Предельные природоохранные издержки (*предельные природоохранные издержки* в данном случае показывают изменения в издержках предприятия в денежном выражении, которые повлечет за собой некоторое малое изменение объема его выбросов, так что с ростом природоохранной деятельности на предприятии стоимость каждого следующего мероприятия по снижению выбросов описывается при помощи функции предельных издержек; по сути, функция предельных издержек является первой производной функции общих издержек) для завода описываются функцией $F_x = 300 - Q_x / 2$, а для комбината - $F_y = 200 - Q_y$, где Q_x и Q_y - объемы выбросов завода и комбината соответственно (измеряются в некоторых бесконечно делимых условных единицах).

1. В области вообще отсутствует какое-либо государственное регулирование качества окружающей среды. **Каков будет совокупный объем выбросов двух данных загрязнителей?**
2. Теперь предположим, что власти обратили внимание на экологическую обстановку в области. Проведенная экспертиза показала, что по используемой шкале предельно допустимым уровнем загрязнения является 350 условных единиц. Для достижения этой цели разработан проект постановления, согласно которому каждому из предприятий будет запрещено выбрасывать больше 175 условных единиц. **Каковы будут расходы завода и комбината в случае принятия данного постановления?**
3. Теперь предположим, что в процессе обсуждения было принято принципиально иное решение: вместо ограничения объема выбросов предполагается ввести налог на выбросы (его ставка едина для каждой условной единицы выбросов каждого загрязнителя). **Какую ставку налога следует назначить для выхода уровня совокупного загрязнения на 350 единиц? Каков будет в таком случае объем выбросов завода? Комбината? Каковы будут расходы завода и комбината в случае введения налога?**
4. Однако введение налога оказалось затруднено: власти не располагают информацией о предельных природоохранных издержках загрязнителей, что не дает им определить оптимальную налоговую ставку. Тогда было принято решение вернуться к первому законопроекту, но в несколько иной форме: раздать предприятиям *разрешения на загрязнение окружающей среды* (каждое получает разрешений на 175 условных единиц) и позволить им осуществлять между собой торговлю данными документами (по единой цене). **Какова будет равновесная цена на рынке разрешений? Каков будет в таком случае объем выбросов завода? Комбината? Каковы будут расходы завода и комбината в случае появления рынка разрешений?**

Решение:

1. В отсутствие контроля загрязнители не будут расходовать средства на борьбу с загрязнением, их издержки (и общие, и предельные) будут равны 0, соответственно их действия описываются формулами $F_x = 300 - Q_x / 2 = 0$ и $F_y = 200 - Q_y = 0$, откуда $Q_x = 600$, $Q_y = 200$ и совокупный объем $Q_x + Q_y = 800$.

2. Комбинат хотел бы выбрасывать 200 условных единиц, но имеет право выбрасывать только 175. Соответственно, он вынужден провести природоохранные мероприятия, направленные на снижение объема своих выбросов на 25 единиц. Стоимость данной операции определяется как площадь

под графиком предельных издержек между $Q_x = 175$ и $Q_y = 200$. Данная фигура - прямоугольный треугольник, и ее площадь равна $25 \cdot 25 / 2 = 312,5$. Аналогично, расходы завода составят $425 \cdot (212,5) / 2 = 45156,25$.

3. У каждого предприятия есть выбор: осуществлять природоохранные мероприятия, оплачивая ликвидацию данной единицы выбросов, или платить с нее налог. Соответственно, предприятия будут осуществлять очистку до тех пор, пока предельные природоохранные издержки не сравняются со ставкой налога (обозначим ее за t). Тогда $F_x = 300 - Q_x / 2 = t$ и $F_y = 200 - Q_y = t$. При этом власти, зная о такой реакции предприятий, устанавливают ставку, позволяющую добиться выполнения $Q_x + Q_y = 350$. Получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными, откуда находим: $Q_x = 300$, $Q_y = 50$, $t = 150$. Тогда расходы комбината определяются как сумма налога $t \cdot Q_y = 7500$ и платы за очистку (вычисляется аналогично предыдущему случаю) $150 \cdot 150 / 2 = 11250$. Соответственно, расходы завода составляют 67500.

4. У каждого предприятия есть выбор: осуществлять природоохранные мероприятия, оплачивая ликвидацию данной единицы выбросов, или оплатить покупку разрешения. Соответственно, одно из предприятий (в данном случае это завод) будет приобретать разрешения до тех пор, пока его предельные природоохранные издержки не сравняются с ценой (обозначим ее за p). Тогда $F_x = 300 - Q_x / 2 = p$ и $F_y = 200 - Q_y = p$. Поскольку общий объем разрешений соответствует 350 условным единицам, к данным двум уравнениям можно добавить третье: $Q_x + Q_y = 350$. Получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными, откуда находим: $Q_x = 300$, $Q_y = 50$, $p = 150$. Тогда расходы завода определяются как сумма расходов на покупку разрешений (при 175 изначальных разрешениях ему необходимо еще 125 разрешений, чтобы иметь право на выброс 300 условных единиц; таким образом, он заплатит за них $150 \cdot 125 = 18750$) и платы за очистку (вычисляется аналогично предыдущему случаю) $150 \cdot 150 / 2 = 11250$. Соответственно, расходы завода составляют 41250. Комбинат, в свою очередь, продает разрешения заводу. Его расходы - разность между платой за очистку (вычисляется аналогично предыдущему случаю) $150 \cdot 150 / 2 = 11250$ и выручкой от продажи разрешений (как уже вычислено, 18750). Таким образом, вместо расходов он получает чистую прибыль в размере 7500.

Ответ:

1. Совокупный объем $Q_x + Q_y = 800$.
2. Расходы завода составят 45156,25.
3. Расходы завода составляют 67500
4. Платы за очистку заводом составит 11250. Соответственно, расходы завода составляют 41250. Комбинат получает чистую прибыль в размере 7500.

Задача 2. (30 баллов)

Администрация Карлского края решает, сколько километров живописной долины Клары можно сохранить, создав заповедник. Есть 100 граждан, предпочтения каждого из которых данной проблемы имеет описывается функцией: $P = 10 - q$, где q - количество охраняемых кв.километров, а P - цена охраны каждого кв.километра.

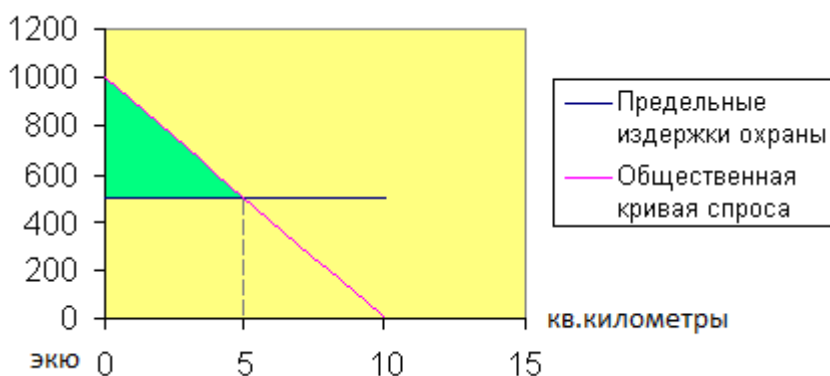
1. Если издержки, связанные с объявлением заповедной зоны 1 кв.км равны 500 экю (в данном случае - денежная единица). **Какой должен быть оптимальный размер заповедника?**
2. Очевидно, что существует некоторая разница между суммой, которую граждане реально заплатят за охрану реки и той, которую они максимально были бы готовы заплатить, если бы стоимость охраны каждого кв. километра долины определялась бы отдельно. Разность между второй и первой суммами в экономике носит название *излишка потребителя*, и может ассоциироваться с деньгами, которые

гражданам удалось таким образом сэкономить. **Определите величину излишка потребителя в данном случае.**

Решение

Живописная долина Кллары в данном случае представляет собой общественное благо. Сложим по вертикальной оси 100 кривых спроса и получим $P_{общ} = 1000 - 100q$. Эта кривая спроса должна пересечь кривую предельных издержек тогда, когда $P_{общ} = 500$, следовательно, $q = 5$ кв.километров.

Если бы было принято решение об охране только 4-х кв.км, граждане в соответствии с общественной кривой спроса готовы были бы заплатить $P_{общ} = 1000 - 400 = 600$ экю, 3 кв.км – 700 экю и т.д. При переходе к предельному случаю излишек потребителя представляется выделенным прямоугольным треугольником, высота которого равна 500 экю (1000 экю – точка, где кривая спроса пересекается с осью ординат, минус 500 экю, предельные издержки), а основание равно 5 кв.км. Площадь данного треугольника равна $0,5 \times 500 \times 5 = 1250$ экю.



Ответ:

Излишек потребителя равен 1250 млн. экю, оптимальный размер заповедника 5 кв.км

Задача 3 (10 баллов)

На рынке автомобильной отрасли страны Октавия присутствует 100 фирм, производящих джипы одного класса. Функция валовых затрат для всех фирм одинакова и имеет вид $TC = 2q^2 - 8q + 18$, где q – количество производимой продукции одной фирмой в тыс. шт. **Определите:**

1. Какова связь между ценой джипов и их количеством, предлагаемым отдельной фирмой (функция предложения)
2. Какова функция предложения отрасли в целом.
3. Каковы равновесные цена и объем продаж, если спрос на данную продукцию задан $Q_D = 500 - 5P$.
4. Какова при таком спросе прибыль или убытки отдельной фирмы.

Решение.

1. Предложение отдельной фирмы совершенного конкурента есть его функция предельных издержек $MC = (TC)' = (2q^2 - 8q + 18)' = 4q - 8$; $q = 2 + 0,25P$
2. Функция предложения отрасли получается суммированием функций предложения отдельных фирм, функционирующих в данной отрасли $Q_S = 200 + 25P$.
3. Равновесие на рынке устанавливается в точке пересечения кривых спроса и предложения $Q_D = 500 - 5P = Q_S = 200 + 25P$, следовательно, $P = 10$, $Q = 450$
4. При равновесной цене $P = 10$ каждая отдельная фирма будет производить количество продукции в соответствии с ее функцией предложения $q = 2 + 0,25P = 4,5$, следовательно, прибыль отдельной фирмы равно: $TR - TC = P \times q - (2q^2 - 8q + 18) = 22,5$

Ответ:

$q = 2 + 0,25P$ – функция предложения отдельной фирмы,

для 100 фирм функция предложения $Q_S=200+25P$.

$P=10$, $Q=450$.

Прибыль=22,5

Задача 4 (15 баллов)

Василий положил 1000 тугриков в банк под $x\%$ годовых (сложные проценты, начисляются раз в год в конце года). При этом x - целое число. Он решил снять деньги со счета в тот момент, когда сумма превзойдет исходную не менее, чем вдвое. В итоге, Василий снял деньги через 5 лет. **Какое наибольшее и наименьшее целое число тугриков мог снять Василий?**

Решение. Обозначим $1 + \frac{x}{100} = t$. Тогда по условию $1000t^4 < 2000$, а $1000t^5 \geq 2000$, т.е.

$t^4 < 2$, а $t^5 \geq 2$. Таким образом, $1,14 < t < 1,19$. Откуда $1,14 < 1 + \frac{x}{100} < 1,19$ и $15 \leq x \leq 18$, так как число x - целое. Значит, $1000 \cdot 1,15^5 \leq 1000 \cdot t^5 \leq 1000 \cdot 1,18^5$. Учитывая, что $1,15^5 \approx 2,011$ и $1,18^5 \approx 2,2877$, получаем, что наименьшее целое число тугриков, которое мог снять Василий, равно 2011, а наибольшее целое число тугриков, которое мог снять Василий, равно 2287.

Ответ: наименьшее число тугриков 2011, а наибольшее – 2287.

Задача 5 (10 баллов)

1. Известно, что в государстве Банановая республика основным товаром на рынке являются бананы. Функции спроса и предложения внутри страны на бананы: $Q_D=200-2P$ и $Q_S=-20+2P$, где Q_D и Q_S – количество спроса и предложения в тысячах килограмм бананов, P – цена одного кг бананов в дуянах (местной валюте).

Определите:

1. **Каковы равновесные параметры рынка Банновой республики, т.е. цена и объем продаж.**
2. **Каким будет объем ввозимых бананов в Банановую республику, в случае беспошлинного допуска в Банановую республику из соседнего Королевства кокосов бананов по цене $P=40$ дуянов за один кг,**
3. **Каким будет размер импорта, если в целях защиты отечественного производителя Король Банановой республики установил ему потоварную субсидию в размере 10 дуянов за один кг бананов.**
4. **Для защиты отечественного производителя Король Банановой республики также может ввести таможенную пошлину на ввозимый товар. Таможенная пошлина, какой величины была введена королем в Банановой республике, если импорт уменьшился до 20 тыс. кг бананов.**

2. В государстве Банановая республика вторым по значимости товаром являются кокосы, которые в государстве продаются по-штучно. Известна функция спроса на товар $Q_D=100-2P$ и коэффициент эластичности предложения $E_S=1$ в точке равновесия рынка при цене $P=20$ дуянов.

Определите:

1. Вид функции предложения, полагая ее линейной ($Q_S=c+d \times P$).
2. Какими будут цена и объем продаж кокосов, если государство введет потоварную субсидию производителю в размере 5 дуянов за один кокос.
3. При первоначальных функциях спроса и предложения государство устанавливает фиксированную цену продаж на данном рынке $P=15$ дуянов. Каким будет состояние рынка (дефицитным или избыточным) и какова величина дефицита или избытка.

Решение:

Часть 1.

1. Равновесие на рынке устанавливается в точке пересечения кривых спроса и предложения $Q_D=200-2P=Q_S=-20+2P$, следовательно, $P=55$, $Q=90$ тыс.кг
2. В случае беспошлинного доступа в страну товара (в данном случае – бананов) цена на товар снижается до $P=40$ дуянов. Внутренний спрос при этом $Q_D=200-2P=120$ тыс.кг, отечественное предложение (предложение Банновой республики) $Q_S=-20+2P=60$ тыс.кг. Недостающее количество товара покрывает импорт из Кокосового королевства: $120-60=60$ тыс.кг.
3. Если отечественным производителям, т.е. производителям Банновой республики, будет предоставлена субсидия, то функция внутреннего предложения изменится $Q_S=-20+2(P+10)=2P$. Величина импорта – это разница между внутренним спросом и предложением по цене $P=40$ дуянов. Внутренний спрос по-прежнему $Q_D=200-2P=120$ тыс.кг величина отечественного предложения $Q_S=2P=80$ тыс.кг Следовательно, импорт $120-80=40$ тыс.кг.
4. Введение таможенной пошлины поднимает цену товара на величину пошлины. Импорт покрывает разницу между объемом спроса и предложения, т.е. импорт равен: $Q_D-Q_S=200-2(P+t)-(-20+2(P+t))=20$, следовательно $t=10$ дуянам.

Часть.2

1. Чтобы выявить вид линейной функции предложения, необходимо найти величины c и d . Из $Q_D=100-2P$, при $P=20$, $Q_D=60$. Используя формулу коэффициента эластичности предложения, находим d : $E_S=1=d \times (P/Q)=d \times (20/60)$. Зная $P=20$, $Q_D=60$ и $d=3$, находим $c=0$. Следовательно, $Q_S=3 \times P$
2. Введение потоварной субсидии изменит функцию предложения $Q_S=3 \times (P+5)=15+3P$. Равновесные цену и объем продаж находим из равенства спроса и предложения $Q_D=100-2P=Q_S=15+3P$. $P=17$; $Q=66$ тыс. шт.
3. Установление фиксированной цены $P=15$ руб. приведет к несоответствию спроса и предложения: $Q_D=100-2P=70$, $Q_S=3P=45$. Так как величина спроса больше величины предложения, на рынке будет дефицит в размере $70-45=25$ тыс. шт.

Ответ:

1. $P=55$; $Q=90$ тыс. шт.
количество импорта 60 тыс. шт.
количество импорта 40 тыс. шт.
пошлина в размере 10 дуянов на единицу товара.
2. $Q_S=3P$.
 $Q_S=15+3P$; $P=17$; $Q=66$ тыс. шт.
Дефицит в размере 25 тыс. шт.