

	ol2245079 ol2245079
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:04
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 14:05
Прошло времени	4 час.
Оценка	55 из 100

Вопрос
Инфо

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 4 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 10 из
10

Некоторый треугольник разрезали на пять маленьких треугольников так, как показано на рис. 1.
Могли ли при этом все пять маленьких треугольников оказаться равными?

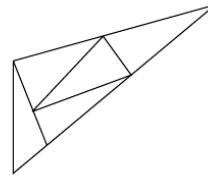


Рис. 1

если рисунок не совсем точен, и тр-к, не имеющий стороны на изначальном тр-ке не равнобедренный, то ответ да. все тр-ки прямоугольные, 1 катет в 2 раза длиннее другого. как показано на рисунке 1 отправила по почте

если все тр-ки равнобедренные, то у них должно быть хотя бы 2 острых угла (по признаку равнобедренных тр-ков), но 2 тр-ка образующих угол 180° образуют 2 прямых угла, хотя именно эти углы должны быть равные и острые, противоречие

(тр-к - это треугольник)



Комментарий: оценено вместе с рисунком, найденным в чате

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Костя выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа, не превосходящие n , так, чтобы для всех поставленных им чисел выполнялось свойство: *если числа a и b соединены отрезком, то разность $a - b$ должна быть взаимно проста с n , а если не соединены, то числа $a - b$ и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1*. Например, для картинке на рис. 2 Костя взял $n = 45$ и подобрал подходящую расстановку — она показана на рис. 3.

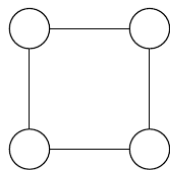


Рис. 2

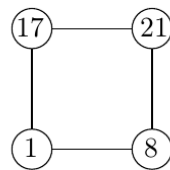


Рис. 3

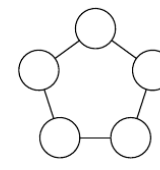


Рис. 4

- При каком наименьшем n существует требуемая расстановка чисел на рис. 2?
- Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 25$?
- Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 39$?
- При каком наименьшем n существует расстановка чисел в кружочках на рис. 4?

А) ответ 4. у чисел меньше 4 нет стольких натуральных чисел, не превосходящих их, значит мин. 4. такой вариант есть: в левом верхнем углу 1, далее по часовой стрелке 2, 3, 4.

б) ответ нет. у числа 25 имеется только 1 делитель (кроме самого числа и 1) это 5. пронумеруем числа по часовой стрелке и тогда разность 1и3, 1и4, должна делиться на 5. т.е. если вычесть из 3его 1ое и из 4ого 1ое, то разность разделится на 5ю значит 3ее и 4ое число имеют одинаковый остаток при делении на 5 значит их разность разделится на 5 но они стоят рядом. противоречие

в) нет. я представила круги на рис. 4 в виде квадратов в таблице. пронумеруем их для удобства. теперь я посмотрела на остатки, которые должны быть у этих чисел от деления на 3 и 13. в итоге получили противоречие.

ост $a \bmod 3$
ост $b \bmod 13$

1

ост $b \bmod 13$

должен быть ост $г \bmod 3$,

но это не возможно, т. к.

других вариантов нет, т. к.

Зий квадрат имеет ост $в \bmod 13$.

ЗНАЧИТ НЕВОЗМОЖНО

ост $г \bmod 3$

2

ост а mod 3
ост б mod 13

1

ост б mod 13
ост г mod 3.

ост а mod 3
ост в mod 13

4

3

г) у n должно быть мин. 2 делителя (кроме самого числа и 1) $2*3=6$. но такого варианта нет. т. к. если есть делитель 2, то четность соседних чисел должна быть различна, а на рис. 4 5 кругов, поэтому невозможно. нужно искать число с мин. нечетными единицами.

$3*5=15$ но если в п. в поставить вместо 3 и 13 3 и 5, то мы получим противоречие. значит мин 3 различных нечетных делителя. $3*5*7=105$

Комментарий:

а) 10

б) 10

в) 5

рассуждение состоит из правильных фраз, но поскольку таблица поехала, то оно не расшифровывается

г) 10

нет примера

Вопрос **3**

Выполнен

Баллов: 8 из 10

На доске написано 2021 минусов. Петя и Вася играют в такую игру. Ход состоит в том, что можно один минус заменить на плюс, либо стереть один плюс и один минус, либо два минуса заменить на три плюса. Ходят по очереди, первым ходит Петя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

ответ петя. в игре за ход можно убрать либо 1 минус либо 2 минуса. в любом случае потребуется - для совершения хода, а + либо прибавляется, либо становится не больше относительно -. петя уберет 2 -, прибавит 3 +. потом, если Вася уберет 1 минус, то Петя 2, если Вася уберет 2 минуса, то петя 1 - любым способом. и за каждый ход будет убывать 3 минуса, и прибавляться несколько +. т. к 2021 имеет остаток 2 при делении на 3. то после 1ого хода Пети и следующих 673 пар ходов останется 0 минусов, при этом последним сходит Петя. т. к. в любом слуае потребуется - для совершения хода, Вася не сможет сходить.

Комментарий:
нет первого хода Пети, стратегия описана неполностью

а) Имеется большая компания людей — больше 100 человек, в которой некоторые люди дружат. Верно ли, что каждую такую компанию можно разбить на две группы «дружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека друзей в своей группе было больше либо равно, чем друзей в противоположной группе?

б) Докажите, что каждую компанию, в которую входит 2022 человека, можно разбить на 15 групп «недружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека количество друзей в своей группе составляло не более $1/15$ от общего числа его друзей.

б) возьмем человека и разобьем $14/15$ его друзей в 14 других групп, по $1/15$ в каждую группу так, чтобы в каждой группе оказалось наименьшее кол-во друзей. так повторять некоторое кол-во раз, пока все люди не разобьются по группам. люди, у которых нет друзей идут в любую группу, люди у которых 14 и меньше друзей идут в любые, но разные группы. если а каком-то этапе получилось так, что у какого-то человека оказалось с ним в группе больше $1/15$ его друзей, то возьмем из этой группы столько людей, чтобы потом у этого человека в группе осталось меньше или равно $1/15$ его друзей, но разобьем этих людей по группам так, чтобы в других группах данное условие не нарушилось. допустим нам не удалось это сделать. значит у какого-то человека, которого мы хотим переместить из 1ой группы в другую, столько друзей, что в каждой из 15 групп найдется человек, являющийся его другом, и у которого после перемещения данного человека больше $1/15$ друзей в этой группе. тогда переместим нужное кол-во его друзей. если опять что-то не удалось, из группы где вновь нарушилось условие переносим нужное кол-во людей и т. д. в конце либо все удастся, либо нет, в таком случае никаких людей перемещать из 1 группы в другую нельзя, но тогда менять их тоже нельзя, но в начале мы могли распределить людей как хотели опр. кол-во людей определить либо в 7 либо в 8, противоречие. значит процесс распределения когданибудь закончится

а) если есть человек, у которого нет друзей, то всех кроме него можно определить в 1ую группу, а его во 2ую, если есть компания друзей, которые дружат только друг с другом или некоторые (или все) вообще не дружат их определить в 1ую группу, а остальных во 2ую. если же такой компании нет, т. е. все люди это связный граф, то нужно найти людей, имеющих наибольшее кол-во знакомых и знакомых друг с другом и разделить их в разные группы вместе со всеми их знакомыми, знакомыми этих знакомых и т. д.

Комментарий:

а) 1

нет примера и ответа

б) 1

некорректное описание распределения по группам



ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 11

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Заключительный этап - Математика 6-7 21/22 (скрытый)

