

	<a href="#">ol2244008 ol2244008</a>
<b>Тест начат</b>	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:17
<b>Состояние</b>	Завершено
<b>Завершен</b>	понедельник, 14 Февраль 2022, 14:01
<b>Прошло времени</b>	3 час. 43 мин.
<b>Оценка</b>	56 из 100

Вопрос  
**Инфо**

**Уважаемый участник Олимпиады!**

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

**Вариант заключительного этапа состоит из 4 задач.** Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22\*\*\*\*\*\_N, где ol22\*\*\*\*\* - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 7 из 10

Некоторый треугольник разрезали на пять маленьких треугольников так, как показано на рис. 1. Могли ли при этом все пять маленьких треугольников оказаться равными?

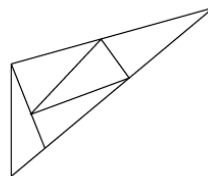


Рис. 1

да, например так как показано на прикреплённом рисунке

 [ol2244008\\_1.png](#)

Комментарий:

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Костя выбирает натуральное число  $n$  и расставляет в кружочках различные натуральные числа, не превосходящие  $n$ , так, чтобы для всех поставленных им чисел выполнялось свойство: *если числа  $a$  и  $b$  соединены отрезком, то разность  $a - b$  должна быть взаимно проста с  $n$ , а если не соединены, то числа  $a - b$  и  $n$  должны иметь общий натуральный делитель, больший 1*. Например, для картинке на рис. 2 Костя взял  $n = 45$  и подобрал подходящую расстановку — она показана на рис. 3.

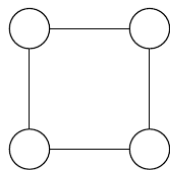


Рис. 2

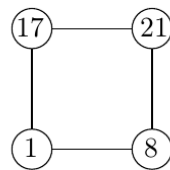


Рис. 3

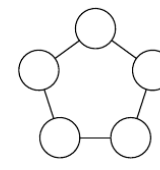


Рис. 4

- При каком наименьшем  $n$  существует требуемая расстановка чисел на рис. 2?
- Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при  $n = 25$ ?
- Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при  $n = 39$ ?
- При каком наименьшем  $n$  существует расстановка чисел в кружочках на рис. 4?

а)наименьшее число при котором хватит чисел на 4 кружочка это 4, при  $n=4$  числа можно расставить так:

1 - 4  
| |  
2 - 3

б)

Ответ: нет нельзя

Решение

заметим, что 25 делится только на 1 5 и 25, а 25 это  $5 \cdot 5$ , значит если мы возьмём 1 кружочек, то 2 кружочка напротив него должны в разности с ним давать числа кратные 5. возьмём число в этом кружочке за  $X$ , тогда числа напротив него это  $X+5x$  и  $X+5y$  где  $x$  и  $y$  не равны нулю и друг другу, но можно заметить, что разность этих двух чисел равна  $(X+5x)-(X+5y)=5x-5y=5(x-y)$  а это число кратно 5, значит расставить числа невозможно

в)

Ответ: нет нельзя

Решение

заметим, что 39 делится только на 1 13 и 39, а 39 это  $13 \cdot 3$ , значит если мы возьмём 1 кружочек, то 2 кружочка напротив него должны в разности с ним давать числа кратные 13 и 3 соответственно(иначе возникнет ситуация как в пункте б). возьмём число в этом кружочке за  $X$ , тогда числа напротив него это  $X+13x$  и  $X+3y$  где  $x$  и  $y$  не равны нулю. можно заметить, что напротив числа  $X+13x$  должно быть число разность с которым не кратна 13 иначе  $(X+13x+13z)-X=13x+13z=13(x+z)$ , а это число кратно 13 значит напротив числа  $X+13x$  число  $X+13x+3z$ , по той-же причине напротив числа  $X+13x+3z$  должно быть число

разность с которым равна 13 или  $X+13x+3z+13w=X+13(x+w)+3z$ , но на против числа  $X+3y$  на этом-же месте должно располагаться  $X+3y+13a$  и если  $X+13(x+w)+3z=X+3y+13a$  то числа  $X+13x+3z$  и  $X+3y$  должны иметь одинаковый остаток при делении 13 что означает что разность между ними кратна 13, противоречие.

Комментарий:

а) 10

б) 10

в) 9

нет числа напротив

Вопрос **3**

Выполнен

Баллов: 10 из  
10

На доске написано 2021 минусов. Петя и Вася играют в такую игру. Ход состоит в том, что можно один минус заменить на плюс, либо стереть один плюс и один минус, либо два минуса заменить на три плюса. Ходят по очереди, первым ходит Петя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Ответ: Победит Петя

для этого ему нужно заменить два минуса на 3 плюса, после чего останется 2019 минусов и дополнять каждый ход Васи до трёх стёртых минусов(если он сотрёт 2 то стереть 1 и наоборот) тогда у него всегда будет ход т.к. 2019 делится на 3, а за один ход нельзя стереть три минуса, при этом для стирания двух минусов не нужно стирать плюсы, а для того что-бы стереть 1 минус нужно только добавить 1 плюс



Комментарий:

а) Имеется большая компания людей — больше 100 человек, в которой некоторые люди дружат. Верно ли, что каждую такую компанию можно разбить на две группы «дружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека друзей в своей группе было больше либо равно, чем друзей в противоположной группе?

б) Докажите, что каждую компанию, в которую входит 2022 человека, можно разбить на 15 групп «недружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека количество друзей в своей группе составляло не более  $1/15$  от общего числа его друзей.

а) нет не верно т.к. может быть компания в которой один человек дружит со всеми, а остальные не дружат ни с кем кроме него, тогда, если мы поделим всю компанию на две группы, то человек который дружит со всеми окажется в одной группе, а как минимум один из его друзей окажется в другой группе т.к. группы не могут быть пустыми





Комментарий:



ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ  
Заключительный этап - Математика 6-7 21/22 (скрытый)

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ  
Вариант 21



