

	ol2203842 ol2203842
Тест начат	понедельник, 14 Февраль 2022, 10:09
Состояние	Завершено
Завершен	понедельник, 14 Февраль 2022, 13:25
Прошло времени	3 час. 15 мин.
Оценка	79 из 100

Вопрос
Инфо

Уважаемый участник Олимпиады!

На выполнение теста Заключительного этапа отводится 230 минут плюс 15 минут на сохранение и прикрепление решений. Работа автоматически отправится в 14:05 по Московскому времени. Окно таймера Вы увидите в верхней части рабочего экрана.

Вопросы технического характера Вы можете задать наблюдателю в чате (окошко внизу в правой части экрана). Если Вам потребуется выйти в туалетную комнату, оставьте в чате с проктором сообщения о времени выхода и времени возвращения (например, "12:04 - вышел"). Ответ от проктора ждать при этом не нужно.

Вариант заключительного этапа состоит из 4 задач. Решение каждой задачи Вы можете

а) полностью записать в поле ответа (при необходимости можно прикрепить поясняющий рисунок),

б) полностью набрать в текстовом редакторе с редактором формул, преобразовать в формат pdf и прикрепить получившийся файл. Если у Вас нет возможности преобразовать решение в pdf, Вы можете сделать скриншот экрана (кнопка PrtScn на клавиатуре или встроенный сервис "Ножницы") и прикрепить его.

Обратите внимание, к каждой задаче можно прикрепить только один файл, название которого формируется по правилу ol22*****_N, где ol22***** - Ваш логин, N - номер задачи.

В текстах решений, прикрепленных изображениях и файлах не должно быть никакой персональной информации!

Во время выполнения варианта на компьютере можно пользоваться только текстовым редактором и встроенным сервисом создания изображений. Черновое решение можно выполнять на бумаге, расположенной в поле видимости веб-камеры.

Вопрос **1**

Выполнен

Баллов: 10 из
10

Некоторый треугольник разрезали на пять маленьких треугольников так, как показано на рис. 1. Могли ли при этом все пять маленьких треугольников оказаться равными?

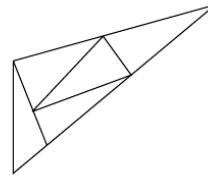


Рис. 1

Подходит прямоугольный треугольник с катетами x и $2x$, высота которого на гипотенузу относится к ней как 2 к 5 (извините но картинку прикрепить не могу) то. е. левая сторона на рис 1 относится к правой как 1 к 2 , левый треугольник отделяет высота, а 2 нижних треугольника делят сторону пополам, а сторона 2 высота, тогда слева высота $/2$, и без левого треугольника получается опять прямоугольный треугольник с катетами относящимися друг к другу как 1 к 2

Ответ: да



Комментарий:

На картинке нарисовано несколько кружочков, соединенных отрезками. Костя выбирает натуральное число n и расставляет в кружочках различные натуральные числа, не превосходящие n , так, чтобы для всех поставленных им чисел выполнялось свойство: *если числа a и b соединены отрезком, то разность $a - b$ должна быть взаимно проста с n , а если не соединены, то числа $a - b$ и n должны иметь общий натуральный делитель, больший 1*. Например, для картинке на рис. 2 Костя взял $n = 45$ и подобрал подходящую расстановку — она показана на рис. 3.

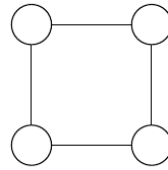


Рис. 2

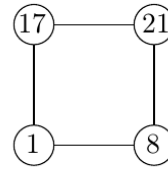


Рис. 3

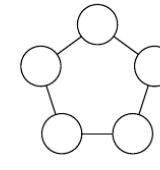


Рис. 4

- При каком наименьшем n существует требуемая расстановка чисел на рис. 2?
- Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 25$?
- Можно ли расставить числа в кружочках на рис. 4 при $n = 39$?
- При каком наименьшем n существует расстановка чисел в кружочках на рис. 4?

а) $n \geq 4$ (4 различных), а 4 можно, по кругу стоят 1, 2, 3, 4 по часовой например

б, в, г) (в конце $n=105$ поэтому если верно то 25 и 39 не подходят), n пусть n , если n делится на 2, то среди этих 5 есть 3 одинаковой чётности, а 2 из них соседи их разность делится на 2 не равна 0, а тогда не взаимно проста с n противоречие. Пусть n в разложении на простые имеет не более 2 различных простых делителя (верхняя a_1 , а далее по часовой a_2, a_3, a_4, a_5) пусть это x и s , $a_4 - a_1$ по модулю делится на s или x , также $a_3 - a_1$ на x или s (везде будет в разностях модуль), но если оба на одну то их разность тоже делится на это простое, а тогда взаимно проста с n (а не должна, они соседи), тогда на разные и так для любой a , просто пройдем по ним, пусть s a_4 разность дел на x , a_3 на s , тогда у a_4 есть разность дел на x , значит вторая s a_2 на s , у a_3 есть разность дел на s , значит вторая на x (s a_5), у a_5 есть на x (s a_3) значит вторая s a_2 на s , но у a_2 2 разности на s , а не должно значит мин 3 раз простых делителя и n мин $3 \cdot 5 \cdot 7$ (на 2 не делится) = 105, а на 105 есть пример

по часовой 30, 29, 27, 35, 22.

Ответ: а) 4, б) нет, в) нет, г) 105.



Комментарий:

Вопрос **3**

Выполнен

Баллов: 9 из 10

На доске написано 2021 минусов. Петя и Вася играют в такую игру. Ход состоит в том, что можно один минус заменить на плюс, либо стереть один плюс и один минус, либо два минуса заменить на три плюса. Ходят по очереди, первым ходит Петя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Ответ:Петя.

Если есть минус сделать ход можно,а если нет нельзя(легко понять),все ходы убирают либо 1 минус,либо 2 и если минусов >1 ,то можно оба действия при одном 1 можно.Изначально Петя 2 минуса зам на $3+$,а далее если соперник убрал 1,он 2,а если 2,то Петя 1,всегда после Пети в сумме убрали 3 и значит остаток на 3 не изменился,после 1 хода он 0 ,значит после хода соперника остаётся не дел на 3 кол-во -,а после Пети дел,уменьшится. Петя выиграет (если дел на 3 и игра идёт то >2 и значит Петя после того сделает ход)

Комментарий:
нечеткая стратегия

Вопрос **4**

Выполнен

Баллов: 10 из
30

а) Имеется большая компания людей — больше 100 человек, в которой некоторые люди дружат. Верно ли, что каждую такую компанию можно разбить на две группы «дружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека друзей в своей группе было больше либо равно, чем друзей в противоположной группе?

б) Докажите, что каждую компанию, в которую входит 2022 человека, можно разбить на 15 групп «недружественным способом», т. е. так, чтобы у каждого человека количество друзей в своей группе составляло не более $1/15$ от общего числа его друзей.

а) Пусть все друзья и их чётное число, то в группе с наим. кол-во людей у человека меньше половины друзей, а из другой больше или равно половине. Противоречие (например 102, тогда в наименьшей макс друзей 50, а в наибольшей 51 друг (рассматриваем из наименьшей человека))

Ответ: а) нет.

Комментарий:

а) 10

б) 0



ПРЕДЫДУЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ
Вариант 11

СЛЕДУЮЩИЙ АКТ. ЭЛЕМЕНТ

Заключительный этап - Математика 6-7 21/22 (скрытый)

