

10–11 классы

Заключительный этап

Задача 1. (5 баллов)

Функция $\sigma(n)$ - сумма делителей натурального числа n . Например, $\sigma(12)=1+2+3+4+6+12=28$.

- а) Найдите $\sigma(\sigma(n))$ и $\sigma(\sigma(m))$, где $n=628$, $m=1413$. Запишите аналитическое решение.
- б) Составьте алгоритм или программу, позволяющую находить величину $\sigma(\sigma(n))$ по введенному с клавиатуры значению n .

Задача 2. (5 баллов)

В камере, содержащей смесь кислорода (32 грамма) и водорода (4 грамма), произошел взрыв. Давление в камере при взрыве увеличилось в два раза. На сколько градусов при этом возросла температура в камере, если до взрыва она равнялась 27°C ?

Задача 3. (5 баллов)

Мячик падает с высоты 1,5 м с нулевой начальной скоростью вертикально вниз. После удара о пол мячик может отскочить вертикально вверх, подняться до высоты, на которой его скорость становится равной нулю, снова упасть вертикально вниз и так далее до тех пор, пока он не окажется лежащим в покое на полу. Отскочит мячик от пола при очередном ударе или «прилипнет» к нему, определяется импульсом мячика, а также свойствами поверхностей мячика и пола, которые неизвестны. Оцените границы диапазона времени, которое может пройти после начала движения мячика до того момента, пока он не окажется лежащим в покое на полу, если при каждом ударе (кроме последнего) он теряет долю своей кинетической энергии, равную 0,3. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 4. (5 баллов)

Согласно одному распространенному интернет-мему существует очень простой способ стать богатым: нужно купить 1 кг ртути, вынуть из каждого ядра атома ртути по одному протону и получить в результате 1 кг золота.

На основании приведенных ниже данных об изотопах золота и ртути, считая, что ртуть содержит только природные изотопы, ответьте на следующие вопросы:

1. Какая масса золота получится на самом деле, если из каждого атома ртути удалить по одному протону? Предполагается, что данная операция происходит мгновенно для всех атомов.
2. Сколько времени займет данная операция, если тратить на каждый атом по 1 нс?
3. Какая масса золота останется спустя 60 дней после проведения данной операции (при условии, что операция по удалению протона происходит

мгновенно и одновременно для всех атомов ртути)? Сколько по массе образуется ртути, платины и таллия спустя 60 дней?

Указание: расчеты масс проводить с точностью до 0,1 г.

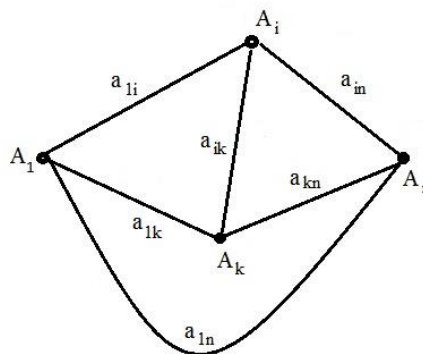
Изотоп	Содержание в природе, %	Период полураспада	Дочерний изотоп
196Hg	0,15	стабилен	
198Hg	10,04	стабилен	
199Hg	16,94	стабилен	
200Hg	23,14	стабилен	
201Hg	13,17	стабилен	
202Hg	29,74	стабилен	
203Hg	-	46.6 суток	203Tl (стабилен)
204Hg	6,82	стабилен	

Изотоп	Период полураспада	Схема распада	Дочерний изотоп
194Au	38 ч	β^+	194Pt
195Au	186.1 суток	К-захват	195Pt
196Au	6.2 суток	β^+	196Pt
197Au	стабилен	-	
198Au	2.7 суток	β^-	198Hg
199Au	3.1 суток	β^-	199Hg
200Au	48,4 мин	β^-	200Hg
201Au	26 мин	β^-	201Hg
202Au	28,8 с	β^-	202Hg
203Au	60 с	β^-	203Hg
204Au	38,3 с	β^-	204Hg

Задача 5. (5 баллов)

Диспетчер транспортной компании составляет карту маршрутов перевозок груза между городами. Каждый маршрут начинается в городе A_1 , проходит через все города A_i , $i=2, \dots, n-1$ в произвольном порядке по одному разу, заходит в город A_n ; затем маршрут ведет в начальный город A_1 и снова проходит через все города A_i , $i=2, \dots, n-1$ в произвольном порядке по одному разу. При использовании в маршруте дважды одной дороги между городами A_i и A_j (неважно, в каком порядке следования) налагается однократный штраф 10 рублей. Штрафы для маршрута суммируются.

Входные данные считываются из файла **input.txt**. Данные имеют вид таблицы из строк и столбцов, числа разделены пробелом. Число, находящееся в i -й строке и j -м столбце, задает длину дороги между городами A_i и A_j .



Максимальное число городов (строк): $n=8$.

Например:

```
0 a12 a13 a14
a12 0 a23 a24
a13 a23 0 a34
a14 a24 a34 0
```

Итогом работы программы должен быть файл (**output.txt**) в котором необходимо вывести построчно через пробел: длина маршрута, штраф, порядок городов (в виде последовательности их номеров).

Строки необходимо упорядочить по возрастанию длины маршрута. При наличии нескольких маршрутов одной длины, сортировка для них должна быть осуществлена по возрастанию штрафа.

Например:

```
562 10 15243623451
562 30 12345653421
...
```

Указание: Программа должна содержать комментарии к каждому блоку, объясняющие принцип его действия. Предпочтительные языки программирования: Си++, Pascal, Basic. Не допустимо использование встроенных в язык процедур или библиотек которые выполняют часть программного кода, например сортировку (данный блок необходимо написать самостоятельно).

N5 = 0 баллов

Задача 2



32 г O_2
4 г H_2
 $T_0 = 27^\circ C$
 $P = 10^5 Pa$
 $\Delta Q = 0$, т.к. закрытая термодинамическая система.
 $V = const$
 $\Delta T = ?$

1) $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O + Q$ - теплота сгорания

$$\nu(O_2) = \frac{32}{32} = 1 \text{ моль}$$

$$\nu(H_2) = \frac{4}{2} = 2 \text{ моль}$$

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O + Q$$

2 моль H_2 + 1 моль O_2 → 2 моль H_2O
32 г H_2 + 32 г O_2 → 36 г H_2O
Теплота сгорания 36 г H_2O

2) Попробуем, какое было давление H_2 до взрыва:

$$P_{H_2O} V = \nu_{H_2O} R T_0, \quad T_0 = 273 + 27 = 300 K$$

у O_2 :

$$P_{H_2O} V = \nu_{H_2O} R T_0$$

$$P_0 = P_{H_2O} + P_{H_2O}$$

Попробуем давление H_2 до взрыва:

$$P_0 = \frac{2 \cdot 32 \cdot 300}{V} + \frac{1 \cdot 32 \cdot 300}{V} = \frac{900 R}{V}$$

Попробуем давление H_2 до взрыва:

$$P_{H_2O} = \frac{\nu_{H_2O} R T}{V} = \frac{2 R T}{V}$$

$$P_{H_2O} = 2 P_0 \Rightarrow \frac{2 R T}{V} = \frac{900 \cdot 2 R}{V}$$

$$T = 900 K \Rightarrow \Delta T = 600 K$$

Объем. Температуры взрыва на 600 K.

5 баллов

стр. 2

Задача N1

$\phi(n)$ - функция Гесселя n , $n \in \mathbb{N}$

$$a) \phi(\phi(628)) = ?$$

$$\phi(\phi(1413)) = ?$$

1) $628 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 157$, 157 - простое (разно простое на Гесселе).

$$\phi(628) = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 157 = 628$$

$$\phi(1413) = 1 + 2 + 4 + 314 + 628 = 949$$

$$\phi(949) = 1 + 949 = 950$$

$$\phi(1413) = \phi(\phi(1413)) = 1 + 1897 = 1898$$

2) Программа для $\phi(n)$ -? - пишу на Python. 3.1.
 $n = \text{int}(\text{input}()) \rightarrow \# \text{ вводим число с клавиатуры}$

$$S1 = 0 \rightarrow \# \phi(n), \text{ унарность числа } n, \text{ пока есть}$$

$$S2 = 0 \rightarrow \# \text{ все простые делители } n$$

$$\# \phi(n) \text{ унарность числа } n \text{ аналогично.}$$

for i in range(1, n+1): $\rightarrow \# \text{ ищем делители } n$, "пробная"

if $n \% i == 0$: $\rightarrow \# \text{ все числа } i$ делители

$S1 = S1 + i$ $\rightarrow \# \text{ сумма делителей } n$

$\# \text{ на } i$ $\rightarrow \# \text{ на } i$ $\rightarrow \# \text{ на } i$

for k in range(1, S1+1): $\# \text{ аналогично ищем } \phi(S1)$

if $S1 \% k == 0$: $\rightarrow \# \text{ на } k$ $\rightarrow \# \text{ на } k$

$S2 = S2 + k$

print(S2) $\# \text{ вводим число } \phi(\phi(n))$

3 балла

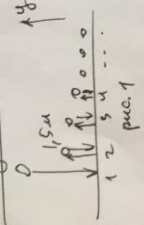
стр. 1

Задание 4

- 1) Какая m (Au) пачуши, если из каждого атома Hg узнать по протону? $m(Hg) = 1кг.$
- Hg ^{196}Hg залою не пачуяют, всем остальным изотопам Hg соответствует протон $Au \Rightarrow$ при такой реакции пачуши 1кг - $m(^{196}Hg) = 1 - 0,0015 = 998,5г$ Объем. пачуши 998,5г
- 2) Если на кантеле атом по 2кг? $t = ?$
- $M(Hg) = (0,15 \cdot 196 + 0,04 \cdot 198 + 10 \cdot 94 \cdot 199 + 23 \cdot 14 \cdot 200 + 13 \cdot 17 \cdot 201 + 2 \cdot 3 \cdot 202 + 682 \cdot 204) : 100 = 200,623г/моль$ - средняя атомная масса
- 2) $(Hg) = \frac{m}{M} = \frac{1000г}{200,62} \approx 4,98$ моль
- Намноев = $N_A \cdot \nu = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 4,98 = 30 \cdot 10^{23}$
- $t =$ Намноев. 2кг = $30 \cdot 10^{23} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 60 \cdot 10^{14}$ сек
- Объем, $1 \cdot 10^{14}$ минут.
- 3) Hg $^{198}Hg \rightarrow ^{198}Au$ $T = 2,7$ сут.
- $m(^{198}Hg) = 0,1004 \cdot 1000 = 100,4г$ \Rightarrow За 55 суток останется от Au :
- $m = 100,4г \cdot 2^{-\frac{55}{2,7}} = 7,4 \cdot 10^{-5}г$
- $m = 100,4г \cdot 2^{-\frac{55}{2,7}} = 7,4 \cdot 10^{-5}г$
- $^{199}Hg \rightarrow ^{199}Au$ $T = 3,1$ сут
- $m(^{199}Hg) = 0,1694 \cdot 100 = 16,94г$
- $m(^{199}Au) = 16,94г \cdot 2^{-\frac{55}{3,1}} = 1,74г$
- Теперь меньше, так что их масса останется очень малой \Rightarrow останется $\approx 848 \cdot 10^{-5}г$ Au .

СР.4

Задание 3



молли падает с 1,5м
 $\Delta E = 0,3 \frac{m \cdot v^2}{2}$
 через сколько t он остановится?

1) На рис.1 схематично изображена траектория летящего относительно оси y . (цифры 1, 2, 3, 4 - промежуточные удары, каждый последующий будет заставлять летящего подниматься на меньшую высоту).

2) ЗСЭ: $mgh = \frac{mv^2}{2} \Delta E \Rightarrow$ если летчик перестанет при касании ударе 0,3 кинетической энергии, то подниматься он будет на 0,7 высоты прямого удара.

3) 0 2 3 4 $h_1, h_2, h_3, h_4 \dots$ - высоты, на которые поднимается летчик при ударах 1, 2, 3, 4... соответственно.

h_1, h_2, h_3, h_4 - соответствующие высоты со второго (т.е. от расставотрих ударов, начиная со второго удара).

молли вторично, так он не летит вверх (начинает).

$\frac{g}{2} t^2 = h$, посчитаем время, затраченное на путь вверх

вниз при втором ударе: $t_2 = 2 \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ - высота на 2, так путь вверх и вниз, время газик отталкивается

Посчитаем t_3 : $t_3 = 2 \sqrt{\frac{2h_3}{g}} = 2 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,7 \cdot h_2}{g}}$

По сего кангае второе время "вниз" в 10,7 раз меньше предыдущего

тогда $t_2 + t_3 \dots = 2 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,7 \cdot h_2}{g}} \cdot \frac{1}{1 - 0,7}$ - но последние арифметическая прогрессия

$h_2 = 0,7h_1 = 0,7 \cdot 1,5 = 1,05м$

тогда $t = 2 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,7 \cdot 1,05}{10}} \approx 4,7$ сек.

Добавим к этому времени $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,5}{10}} \approx 0,55$ сек

$t =$ тогда + $t_1 = 4,7 + 0,55 = 5,25$ сек

Объем. Летчик может "скакать" 5,25 сек

5 баллов

СР.3

Задача 4, продолжение

3) Все изотопы Au, кроме ^{195}Au , за 55 суток почти полностью распадаются \Rightarrow считаем, что остались от ^{195}Au :

$$N_1 = 0,9987 \cdot 0,985 \cdot 2^k, \text{ где } k = -55 : 186,1 \Rightarrow k \approx 8112 - \text{очень}$$

$$m(\text{Pt}) = 998,5 - 811 = 187,5 \text{ мг платины}$$

$$m(\text{Hg}) \approx 1000 - 998,5 \approx 152 \text{ ртуть}$$

187,5