

KL 152

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

60  
6040

1	2	3	4	5	6	сумма
3	2	0	0	3	4	12

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА УЧАСТНИКА  
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ СПбГУ  
2018–2019**

заключительный этап

Предмет (комплекс предметов) Олимпиады МАТЕМАТИКА (6–7 КЛАССЫ)

Город, в котором проводится Олимпиада Иркутск

Дата 10.03.19.

\*\*\*\*\*

6–7 КЛАСС. ПЕРВЫЙ ВАРИАНТ

1. Костя расставляет в клетках листа бумаги последовательные натуральные числа, двигаясь по спирали так, как показано на рисунке. Какое число будет написано в клетке справа от числа 2019?

	5	6	7
	4	1	8
14	3	2	9
13	12	11	10

2. Говоря о рыбе, каждый рыбак всегда называет больший вес, чем на самом деле. При этом все рыбаки вес чужой рыбы завышают не более чем в 2 раза, а вес своей рыбы — не менее чем в 7 раз. Беседуют два рыбака А и Б.

А. Эта твоя рыбина весит 30 кг.

Б. Ошибаешься, она весит 150 кг!

А. Может я немного ошибся, но тогда она весит 31 кг.

Б. Я тоже мог быть неточным, но уверен, что она весит 149 кг.

А. Она весит 32 кг! .

Б. Нет, 148 кг.

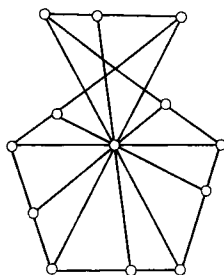
Какое наибольшее число реплик может содержать такая беседа и какой вес будет упомянут в последней реплике? (Оба собеседника знают настоящий вес рыбы.)

3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  взяты точки  $D$  и  $E$  (точка  $D$  лежит на отрезке  $AE$ ), при этом  $AD = BE$ ,  $DE < AD$ . На стороне  $BC$  выбрана такая точка  $G$ , что прямая  $EG$  параллельна биссектрисе угла  $BAC$ . Точка  $F$  — основание перпендикуляра, опущенного на сторону  $AC$  из точки  $D$ . Докажите, что  $FD + EG > DE$ .
4. При сложении двух чисел в столбик Костя сначала складывает цифры, не делая переносов, но запоминает, в каких разрядах они возникли. Затем он прибавляет переносы к результату. При этом иногда по ошибке он может прибавить переносимую единицу не к соседнему старшему разряду, а к соседнему младшему. Так, в примере справа разряды, где есть перенос, помечены звездочками. Перенос единицы из разряда единиц Костя сделал правильно, а перенос единицы из разряда десятков — неправильно (он прибавил переносимую единицу не к разряду сотен, а к разряду единиц). Если при учете переносов у Кости возникает потребность сделать еще переносы, то их он уже делает без ошибки.

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 9 \quad 5 \\
 2 \quad 7 \quad 6 \\
 \hline
 3 \quad 6 \quad 1 \\
 \quad * \quad * \\
 \hline
 3 \quad 7 \quad 2
 \end{array}$$

Как-то раз Костя подсчитал сумму всех трехзначных чисел от 200 до 400 включительно. Мог ли он получить ответ 41 400?

5. В кружочках выписаны числа от 10 до 22 так, что сумма чисел на любом отрезке, содержащем 3 кружочка, одна и та же. Какое число стоит в центральном кружочке?



6. На очень длинной линии метро находится 300 станций. Стены каждой станции покрашены в один определенный цвет, причем в этот же цвет могут быть покрашены и какие-то другие станции. Известно, что на любом отрезке линии, где есть хотя бы одна станция, можно указать станцию «уникального» цвета (то есть цвета, который у других станций на этом отрезке не встречается). В какое наименьшее число цветов могут быть окрашены станции этой линии метро?

Чистовик

 $\sqrt{1}$ .

3x3 квадрат

5	6	7
4	1	8
3	2	9

← последнее число

1)  $3 \times 3 = 9$

← последнее число

16	5	6	7
15	4	1	8
14	3	2	9
13	12	11	10

← 4x4 квадрат

2)  $4 \times 4 = 16$

Значит, нужно найти квадрат ближайший к числу 2019.

Известно, что  $40 \times 40 = 1600$ , а  $50 \times 50 = 2500$ .

3)  $45 \times 45 = 2025$

45 число →	2025	1850		1893
36 число →	2019	1844		
1 число →	1981			1937

← 45x45 квадрат

4)  $2025 - 44 = 1981$

5)  $1937 - 44 = 1893$

6)  $1893 - 44 = 1850$

7)  $1850 - 6 = 1844$



2

Ответ: число 1844 находится справа от числа 2019.

12.

После первой реплики мы можем решить, что рыба весит от 159029.

После реплики "Б" рыбака мы можем решить, что рыба весит от 19021.

от 169030

от 19021

от 169031

от 19021

от 179032

от 19021

от 179033

и так далее

от 209038

от 19020.

В итоге они сошлись на том, что "А" рыбак говорит, что вес его рыбы от 209038, а "Б" рыбак, что от 19020. Это означает, что рыба не может весить меньше 20 кг и весить больше 20 кг. Соответственно рыба весит 20 кг.

Ответ:

Наибольшее количество речник - 20

Последняя речника - ~~от 19020~~. Она весит 141 кг

✓ 4.

Нужно посчитать сумму всех единиц и выписать последнее число.

$$(1+2+3+\dots+9) \cdot 10 \cdot 2 + 0 = 900$$

Остаток 90.

$$\cancel{1+2+3+\dots+9}$$

$$(0 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + \dots + 9 \cdot 10) \cdot 2 = 900$$

Остаток 90.

$$2 \cdot 100 + 3 \cdot 100 + 4 = 500$$

Остаток 50.

Число: 400

400

+ 90

+ 90

+ 50

41400

— нельзя написать 41400, так как если прибавить остатки к разрядам ни в одном случае не выйдет 41.

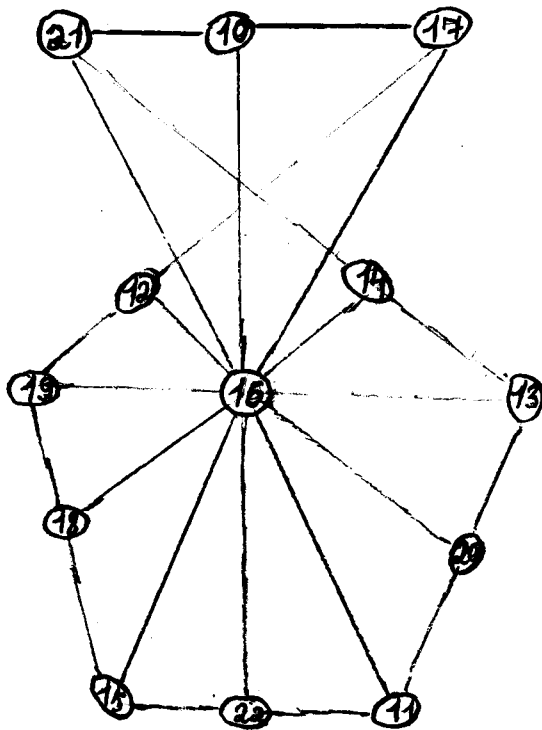
$$41 - 4 = 37$$

$$41 - 0 = 41$$

$$9 \neq 41 \neq 37 \quad 9+9 \neq 41 \neq 37$$

$$5 \neq 41 \neq 37 \quad 9+5 \neq 41 \neq 37$$

Продолжение на 2 лист

Чистовик  
№5.

$$1) 10 + 11 + 12 + 13 + \dots + 22 = 32 \cdot 6 + 16 = 208$$

$$2) 208 : 13 = 16$$

$$3) 16 \cdot 3 = 48 - \text{сумма отрезков содержащих 3 кружочка.}$$

Сумма

Ответ: В центральной кружочке стоит число 16.

№6.

● - первый цвет

○ - второй цвет

⊙ - третий цвет

⊕ - четвертый цвет

⊗ - пятый цвет

Записываем первый цвет. Позже записываем второй цвет, чтобы избежать ●● (отсутствие уникальных цветов). Затем повторяем то, что было записано до нового цвета. После этого закрываем новым цветом и повторяем то, что делали.

● ○ ● ⊙ ● ○ ⊕ ● ○ ● ⊗ ● ○ ● ⊗

Получается, что станция со цветом ⊗, 16-ая. Значит мы должны повторить 15 ~~цветов~~ станций.

$$16 + 15 = 31$$

Позже должны прибавить цвет.

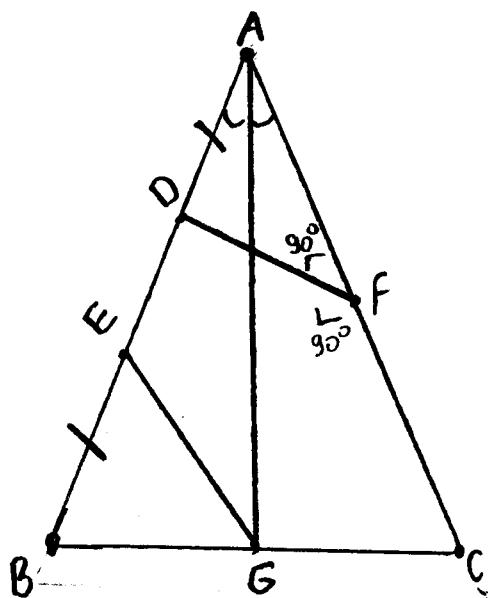
$$31 + 1 = 32$$

31 32 - станция нового цвета  
 63 64 - станция нового цвета  
 127 128  
 255 256

Всего цветов -  $5+4=9$

Ответ: 9 - наименьшее число цветов.

✓ 6.



$AD = BE$   
 $DE < AD; DE < BE$   
 $\angle AFD = 90^\circ$   
 $\angle CFD = 90^\circ$   
 $\angle BAG = \angle GAC$