

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Олимпиада школьников СПбГУ «Инженерные системы»
по комплексу предметов
(математика, информатика, физика и химия)**

**Примеры заданий отборочного этапа
2023/2024 учебный год**

8-11 классы

Олимпиада школьников СПбГУ по математике
Примеры заданий отборочного этапа
2023/2024 учебный год

8-9 классы

Задача 1

Человек идет по длинной улице со скоростью 1 м/с в течение часа. За это время он считает, сколько трамваев его обгоняют. Зная, что они следуют по регулярному расписанию в обоих направлениях, он замечает, что его обогнали всего 15 трамваев, в то время как 20 трамваев прошли мимо него навстречу. Какова средняя скорость трамваев?

Ответ: трамваи движутся со скоростью $420/60 = 7$ м/с.

Задача 2

Система контроля доступа просит пользователя ввести пароль в виде пятизначного числа. Взломщик Вася знает, что в пароле используются только цифры 1, 5 и 9, причем какие-то две из этих цифр по два раза (примеры таких чисел: 15159 или 99155).

- 1) Сколько всего существует таких паролей?
- 2) Вася дополнительно узнал, что если расположить все подходящие числа-пароли в порядке возрастания, то нужная ему комбинация будет седьмой. Что это за пароль?
- 3) Чему равна сумма всех возможных чисел-паролей?

Ответ: 1. подходящих для пароля чисел: 180

2. запишем по возрастанию числа: 11559, 11595, 11599, 11955, 11959, 11995, **15159**, ... т.о. искомый пароль: 15159.

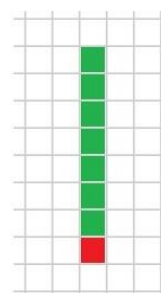
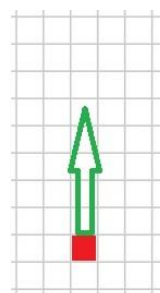
3. сумма всех возможных чисел-паролей: **9999900**.

Задача 3

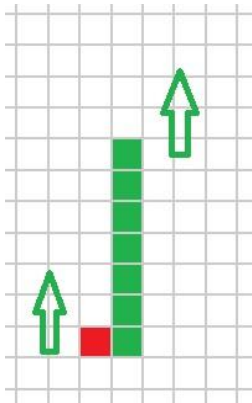
Имеется поле в клеточку неограниченного размера.

Одну из клеточек занимает квадрокоптер.

Задается первоначальное направление движения и скорость т.е. на сколько клеточек и в каком



направлении первоначально двигается коптер. Первоначальное направление «вверх». Скорость = 7 т.е. коптер за один «шаг» передвинется на 7 клеточек вверх (см. рисунок справа).



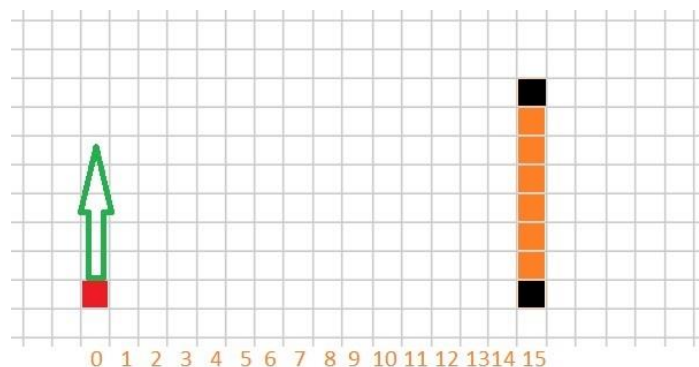
Коптер может смещаться в сторону на 1 клетку (ходит буквой «Г» см рис. слева). Направление движения для следующего «шага» не меняется. Однако, смещение сохраняется т.е. если оно было то и на следующем шаге остается и/или может быть изменено.

Коптер может изменять скорость на 2 единицы т.е. либо увеличивать на 2 клеточки либо уменьшать.

За один «шаг» коптер может 1 раз сменить скорость, 1 раз произвести смещение по направлению.

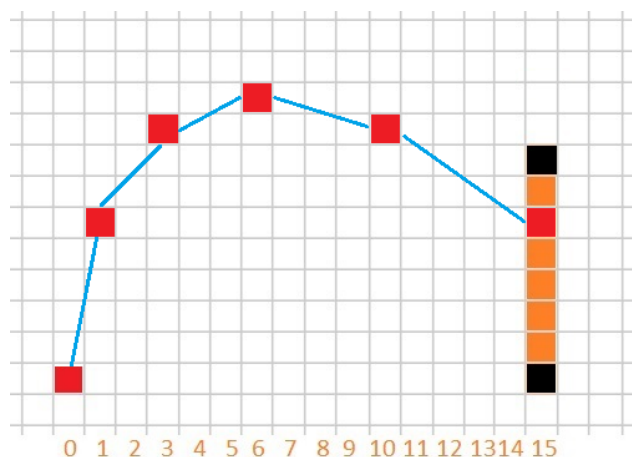
Задача: написать последовательность «шагов» для коптера таким образом чтобы он за минимальное их («шагов») число пересек ворота.

Начальное положение коптера, направление скорости и ворота показаны на рисунке ниже. Границу ворот (черные квадраты) пересекать нельзя.



Начальная скорость = 7, смещение за 1 шаг = 1, изменение скорости за 1 шаг = 2.

Ответ: 5(6) шагов.



Задача 4

Вариант 1.

Металл массой 10 грамм сожгли на воздухе с образованием соединения белого цвета. Это соединение полностью растворили в достаточном количестве кислоты, при этом образовался раствор соли. Раствор этой соли прилили к избытку раствора нитрата серебра. Выпал белый осадок массой 71,66 грамм.

1. Определите металл
2. Запишите реакцию горения металла
3. Составьте сокращенные ионные уравнения для реакций с кислотой и нитратом серебра

Ответ: 1. металл – кальций.

2. реакция: $2\text{Ca} + \text{O}_2 = 2\text{CaO}$

3. Кислота – соляная (источник хлорид-ионов):



Вариант 2.

Металл массой 21,9 грамм сожгли на воздухе с образованием соединения белого цвета. Это соединение полностью растворили в достаточном количестве кислоты, при этом образовался раствор соли. Раствор этой соли прилили к избытку раствора нитрата серебра. Выпал белый осадок массой 71,66 грамм.

1. Определите металл
2. Запишите реакцию горения металла
3. Составьте сокращенные ионные уравнения для реакций с кислотой и нитратом серебра

Ответ: 1. Решение аналогично задаче из варианта 1. Металл – стронций.

2. Горение стронция: $2\text{Sr} + \text{O}_2 = 2\text{SrO}$

3. Кислота – соляная (источник хлорид-ионов):



Олимпиада школьников СПбГУ по математике
Примеры заданий отборочного этапа
2023/2024 учебный год

10-11 классы

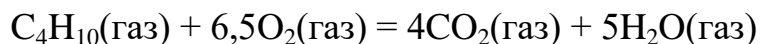
Задача 1

Вариант 1.

Теплоты сгорания н-бутана и изобутана равны 2877 кДж/моль и 2868 кДж/моль соответственно. Теплоты образования газообразных воды и углекислого газа равны 241,84 кДж/моль и 393,5 кДж/моль соответственно.

1. Запишите термохимические уравнения горения углеводородов.
2. Рассчитайте, сколько теплоты выделяется при горении 1 килограмма каждого из углеводородов, углерода и воды. Что выгоднее использовать в качестве топлива?
3. Рассчитайте теплоты образования углеводородов.
4. Рассчитайте тепловой эффект реакции изомеризации н-бутана в изобутан.

Ответ: 1. Термохимическое уравнение должно указывать агрегатные состояния соединений:



н-бутан и изобутан – изомеры, имеют одинаковый состав. Различие в теплотах сгорания вызвано разным строением соединений.

2. выгоднее сжигать неразветвленный бутан – его удельная теплота сгорания выше остальных.
3. теплоту образования углеводородов: н-бутан – 125,6 кДж/моль, изобутан – 134,2 кДж/моль.
4. Тепловой эффект изомеризации составляет 8,6 кДж/моль

Вариант 2.

Теплоты сгорания н-пентана и неопентана равны 3486,9 кДж/моль и 3513,14 кДж/моль соответственно. Теплоты образования газообразных воды и углекислого газа равны 241,84 кДж/моль и 393,5 кДж/моль соответственно.

1. Запишите термохимические уравнения горения углеводородов.

2. Рассчитайте, сколько теплоты выделяется при горении 1 килограмма каждого из углеводородов, углерода и воды. Что выгоднее использовать в качестве топлива?

3. Рассчитайте теплоты образования углеводородов.

4. Рассчитайте тепловой эффект реакции изомеризации н-пентана в неопентан.

Ответ: 1. $C_5H_{12}(\text{газ}) + 8O_2(\text{газ}) = 5CO_2(\text{газ}) + 6H_2O(\text{газ})$

2. Выгоднее сжигать неопентан – при горении 1 кг выделяется: 48793,6 кДж теплоты.

3. Теплота образования углеводородов: н-пентан – 147 кДж/моль, неопентан – 168 кДж/моль.

4. Тепловой эффект изомеризации составляет: 21 кДж/моль.

Задача 2

Шар массой 0,1 кг отскакивает от твердой поверхности. Каждый раз, когда он ударяется о пол, он теряет четверть своей кинетической энергии. Если шар опущен с высоты 1,00 м, через сколько ударов он не будет подпрыгивать выше, чем на 0,25 м

Ответ: достигнет высоты более 0.25 метра после четвертого отскока и менее 0.25 метра после пятого отскока.

Задача 3

Система контроля доступа просит пользователя ввести пароль в виде пятизначного числа. Взломщик Вася знает, что в пароле используются только цифры 1, 5 и 9, причем какие-то две из этих цифр по два раза (примеры таких чисел: 15159 или 99155).

1. Сколько всего существует таких паролей?
2. Вася дополнительно узнал, что если расположить все подходящие числа-пароли в порядке возрастания, то нужная ему комбинация будет седьмой. Что это за пароль?
3. Чему равна сумма всех возможных чисел-паролей?

Ответ: 1. подходящих для пароля чисел: 180

2. запишем по возрастанию числа: 11559, 11595, 11599, 11955, 11959, 11995, **15159**, ... т.о. искомый пароль: 15159.

3. сумма всех возможных чисел-паролей: **9 999 900**.

Задача 4

Один из признаков делимости на 7 гласит:

Возьмем число P и посчитаем для него числа M и N по следующему правилу: разобьем число P на тройки цифр справа налево, причем последняя тройка может быть неполной; умножим цифры каждой тройки, начиная справа, соответственно на числа 1, 3, 2; сложим все произведения, отвечающие цифрам нечетных троек и получим число M ; сложим все произведения, отвечающие цифрам четных троек и получим число N . Для того, чтобы число P делилось на 7 необходимо и достаточно, чтобы модуль разности чисел M и N делился на 7.

Например, $P=5860676542$. Тогда имеем

| | | | | | | | | | |
|---|----|----|---|----|----|---|----|----|---|
| 5 | 8 | 6 | 0 | 6 | 7 | 6 | 5 | 4 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| | 16 | 18 | 0 | | | | 10 | 12 | 2 |
| 5 | | | | 12 | 21 | 6 | | | |

$$M=2+12+10+0+18+16=58$$

$$N=6+21+12+5=44$$

$$M-N=14, 14 \text{ делится на } 7, \text{ значит, само число } 5860676542 \text{ делится на } 7.$$

- 1) Проверьте с помощью этого признака, делятся ли на 7 числа 2451689 и 3415986.
- 2) Докажите этот признак
- 3) Напишите программу, которая для заданного числа P находит числа M и N .

Ответ:

1. Число $P=2451689$ не делится, а число $P=3415986$ делится на 7.
2. Доказательство следует из общего признака делимости на произвольный делитель с использованием остатков от деления степеней 10 на этот делитель
3. Программная реализация должна включать в себя признак делимости и повторяющиеся зависимости, выявленные в ходе доказательства признака делимости.